■1 群（信号・システム）－ 9 編（ディジタル信号処理）

3 章　適応信号処理

（執筆者：中西　功）［2009 年 2 月 受領］

■概要■

ディジタル信号処理の最も得意とするものは柔軟で知的な処理である．周囲の環境や対象となる信号の性質，更にはそれらの時間的変動に応じて処理方法を変化させることが可能になる．その実現技術の一つが適応信号処理である．これは，係数が可変なフィルタを用意し，その出力が目的とする信号に近づく（収束する）ように係数を繰り返し更新していくもので，適応フィルタとも呼ばれる．

適応フィルタの性能を評価する基準は，収束に要する係数の更新回数（収束速度），収束した後の係数の精度（推定精度），そして実現に要する演算量である．これらの評価基準を満たすため，これまでに多くの係数更新アルゴリズム（適応アルゴリズム）やフィルタ構成が提案されている．よく知られたものとしては，LMS，NLMS，RLS などのアルゴリズム，構成法としては，非巡回（FIR）型や巡回（IIR）型，更にラティス型，周波数領域処理などがある．また，応用としては，適応ノイズキャンセラやエコーキャンセラ，能動騒音制御など様々なものが提案されている．

【本章の構成】

本章では，まず代表的な最急降下法に基づく適応フィルタを説明し（3-1 節），次に，最小二乗法に基づく適応フィルタを説明する（3-2 節）．また，異なる構成法として周波数領域適応フィルタを紹介し（3-3 節），最後に応用について述べる（3-4 節）．

なお，本章ではフィルタ特性が線形である場合に限定しているが，非線形性を考慮する場合は，適応ボルテラフィルタやニューラルフィルタ（ニューラルネットワークをフィルタとして用いるもの）などを検討する必要がある．

■1 群 - 9 編 - 3 章

3-1 LMS・NLMS アルゴリズム

（執筆者：尾知　博）[2009 年 2 月 受領]

エコーキャンセラやノイズキャンセラなどの信号処理システムでは，制御対象とする物理システムのインパルス応答を同定する必要がしばしばある．ここでは，少ない演算量でシステム同定を実行する算法として LMS（Least Mean Square）や正規化 LMS（Normalized LMS：NLMS）アルゴリズムを紹介する．

3-1-1 適応ディジタルフィルタ

図 3･1 にシステム同定を示し，未知システムとディジタルフィルタを並列に接続した構成を使用する．未知システムの入出力信号は，AD 変換器によりディジタル信号に変換して得られる．

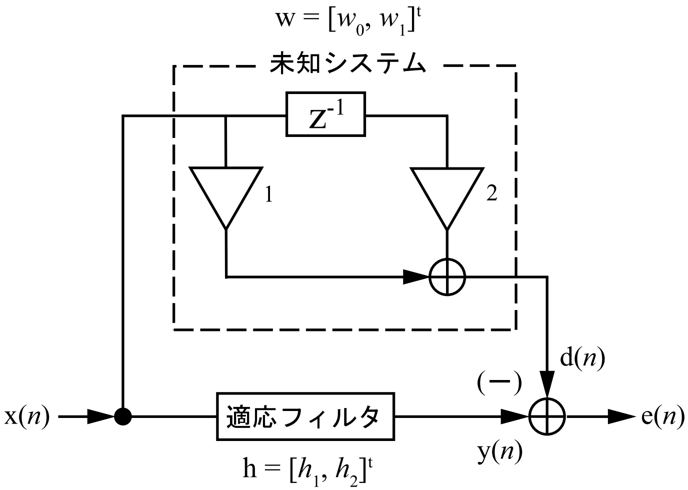

図 3･1　システム同定

図におけるフィルタの役割は，そのインパルス応答すなわちフィルタ係数 $h(n)$ を変えながら $y(n)$ を $d(n)$ に近づけることである．これは，未知システムを有限長インパルス応答システムすなわち FIR フィルタ $w(n)$，$n = 0, 1, \cdots, N-1$ としてモデル化していることに相当する．ここで，N はインパルス長である．図の場合は，$N = 2$ である．このように係数が可変のフィルタを適応フィルタとよんでいる．

3-1-2 LMS アルゴリズム

(1) 信号の推定と適応フィルタ

図 3･1 においてフィルタ出力 $y(n)$ は，入力信号 $x(n)$ と $h(n)$ との畳み込みで与えられるので，適応フィルタの目的は，次の誤差関数 J の最小化問題となることが理解できる．

$$
\begin{aligned}
J &= E[e^2(n)] \\
&= E[\{d(n) - y(n)\}^2] \\
&= E[d^2(n) - 2d(n)\mathbf{h}^T\mathbf{x}(n) + \{\mathbf{h}^T\mathbf{x}(n)\}\{\mathbf{x}^T(n)\mathbf{h}\}] \\
&= E[d^2(n)] - 2\mathbf{h}^T E[d(n)\mathbf{x}(n)] + \mathbf{h}^T E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)]\mathbf{h} \\
&= R_{dd}(0) - 2\mathbf{h}^T\mathbf{P_{dx}} + \mathbf{h}^T\mathbf{R_{xx}}\mathbf{h}
\end{aligned} \tag{3・1}
$$

ただし，E：期待値，$\boldsymbol{h} = [h_0 h_1 ... h_{N-1}]^T$，$\boldsymbol{x} = [x(n)x(n-1)...x(n-N+1)]^T$，$R_{dd}(0)$：$d(n)$ の分散，$\boldsymbol{P}_{dx}$：相互相関関数，$\boldsymbol{R}_{xx}$：自己相関関数である．

誤差 $e(n)$ を自乗して評価関数 J を定義する理由は，適応フィルタの解が唯一得られるようにするためである．E は期待値であるが，ここでは時間平均と考えてよい．

さて，J を最小にする最適係数 $\boldsymbol{h}^*$ は以下のように，式 (3･1) を $\boldsymbol{h}$ で微分することにより得られる．これを Wiener 解とよんでいる．

$$\mathbf{h}^* = \mathbf{R_{xx}^{-1}}\mathbf{P_{dx}} \tag{3・2}$$

（2）最急勾配法と LMS アルゴリズム

ところで，この Wiener 解は，以下の二つの点で実用上の問題がある．

1. 相関関数を事前に求めておく必要があり，時間とコストがかかる．
2. 逆行列を計算するには，コストがかかる．

そこで，反復的にインパルス応答 $h(n)$ を修正して，Wiener 解を得ることを考える．適応フィルタの誤差曲面において最大傾斜方向すなわち最急勾配方向に係数を反復的に更新すれば，最小点 J_{min} に到達できる事が容易に想像できる．この最小化法は最急勾配（Steepest decent）法とよばれ，その近似算法として LMS アルゴリズムが知られている．

for n^{++} (3･3)

$$y(n) = \boldsymbol{h}(n)\mathrm{T}\boldsymbol{x}(n)$$

$$e(n) = y(n) - d(n)$$

$$\boldsymbol{h}(n+1) = \boldsymbol{h}(n) + \mu e(n)\boldsymbol{x}(n)$$

end

ここで，$\boldsymbol{h}(n+1)$ は時刻 $n+1$ の係数ベクトル，μ は係数の更新量を決定する正の定数であり，ステップサイズとよばれる．ステップサイズは，アルゴリズムの収束を左右する重要なパラメータであり，後ほど詳しく吟味する．

LMS アルゴリズムは，すべてのフィルタ係数を更新するのに必要な乗算回数が $2N$ 回と低演算量なので，システム同定でよく利用されている．

（3）LMS アルゴリズムの最適性

さて，LMS アルゴリズムにより Wiener 解が得られるかどうか吟味してみよう．式 (3･3) の第二項に対し期待値をとると

$$\begin{aligned} E[e(n)\boldsymbol{x}(n)] &= E[\{d(n) - y(n)\}\boldsymbol{x}(n)] \\ &= E[\{d(n) - \boldsymbol{x}^T(n)\boldsymbol{h}\}\boldsymbol{x}(n)] \\ &= \boldsymbol{P}_{dx} - \boldsymbol{R}_{xx}\boldsymbol{h} \end{aligned} \tag{3・4}$$

となる．この値がゼロになる，すなわち LMS アルゴリズムが収束した場合は，式 (3･2) の Wiener 解に一致していることが分かる．

ただし，期待値を取ることができず 1 回だけ試行する実際の応用例では，過剰誤差とよばれる分だけ自乗誤差が Wiener 解の場合より増加することが知られている．

3-1-3 NLMS アルゴリズム

（1）LMS アルゴリズム収束性

詳細な導出は，文献 1) に譲るが，LMS アルゴリズムが収束する必要十分条件として，ステップサイズ μ の範囲が

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}} \tag{3・5}$$

となることが知られている．ここで，λ_{max} は入力信号 $x(n)$ の自己相関行列 $\boldsymbol{R}_{xx}$ の最大固有値である．

上式でステップサイズ μ の上限値が求まるものの，$\boldsymbol{R}_{xx}$ の固有値を計算するには膨大な計算コストがかかる．そこで，$\boldsymbol{R}_{xx}$ が正定値行列という性質より，$\boldsymbol{R}_{xx}$ のトレースは

$$\mathrm{tr}[\mathbf{R}_{xx}] = \sum_{k=1}^{M} \lambda_k \tag{3・6}$$

であり，さらに $\lambda_k \geq 0$ となることが知られているので，次式が成立する．

$$\lambda_{max} \leq \sum_{k=1}^{M} \lambda_k \tag{3・7}$$

さらに，入力信号 $x(n)$ の分散を σ_x^2 とすると

$$\mathrm{tr}[\mathbf{R}] = E[x^2(n)] + E[x^2(n-1)] + \cdots + E[x^2(n-N+1)] = N\sigma_x^2 \tag{3・8}$$

なる関係が成立するので，式 (3･5) より

$$0 < \mu < \frac{2}{N\sigma_x^2} \tag{3・9}$$

と μ の範囲を制限することができる．これは，式 (3･5) より厳しい条件となるが，単に $x(n)$ の平均電力を測ればよいので計算コストは少なく実用的である．

（2）NLMS アルゴリズム

式 (3･5) の収束条件を利用すると，LMS アルゴリズムを以下のように書き換えることができる．

$$h(n+1) = h(n) + \alpha e(n)x(n)/N\sigma_x^2 \tag{3・10}$$

ただし，$0 < \alpha < 2$.

このように入力信号の平均電力でステップサイズを正規化した LMS アルゴリズムを NLMS アルゴリズムとよんでおり，LMS よりステップサイズの調整が簡単になりよく使われている.

■参考文献

1) S. Haykin, 鈴木 訳, "適応フィルタの理論," 科学技術出版, 2001.

■1 群 - 9 編 - 3 章

3-2 最小二乗法に基づいた適応フィルタ

（執筆者：堀田英輔）［2009 年 2 月 受領］

本節では最小二乗法に基づいた適応フィルタについて述べる．この適応フィルタは再帰的最小二乗アルゴリズム（recursive least-squares algorithm，以下，RLS アルゴリズムと略す）とよばれている．3-1 節の LMS アルゴリズムと比較すれば，RLS アルゴリズムの方が目標値への収束速度が速いが，必要とされる演算量は大幅に増加する．

RLS アルゴリズムを導出するための評価関数には，非定常環境下でも信号の統計的な性質の変動に追従できるよう，重み係数が導入される．よく用いられるものは指数重み係数あるいは忘却係数とよばれるもので，それを用いた評価関数 $J(n)$ は次式で定義される．

$$J(n) = \sum_{i=1}^{n} \lambda^{n-i}\{d(i) - \boldsymbol{w}^T(n)\boldsymbol{x}(i)\}^2 \tag{3・11}$$

ここで，$d(i)$，$\boldsymbol{x}(i)$ と $\boldsymbol{w}(n)$ は，各々，システム同定問題における未知システムからの出力，適応フィルタの入力ベクトルと係数ベクトルであり，$\boldsymbol{x}(i)$ と $\boldsymbol{w}(n)$ は次式で定義される．

$$\boldsymbol{x}^T(i) = [\ x(i),\ x(i-1),\ \ldots,\ x(i-N+1)\ ] \tag{3・12}$$

$$\boldsymbol{w}^T(n) = [\ w_0(n),\ w_1(n),\ \ldots,\ w_{N-1}(n)\ ] \tag{3・13}$$

忘却係数 λ は 1 に近いが 1 より小さな正の定数である．式 (3・11) の $J(n)$ を最小にする $\hat{\boldsymbol{w}}(n)$ は式 (3・14) の正規方程式をみたす．

$$\boldsymbol{R}(n)\hat{\boldsymbol{w}}(n) = \boldsymbol{\theta}(n) \tag{3・14}$$

$$\boldsymbol{R}(n) = \sum_{i=1}^{n} \lambda^{n-i}\boldsymbol{x}(i)\boldsymbol{x}^T(i) \tag{3・15}$$

$$\boldsymbol{\theta}(n) = \sum_{i=1}^{n} \lambda^{n-i}\boldsymbol{x}(i)d(i) \tag{3・16}$$

式 (3・15) と式 (3・16) を再帰的に記述し，式 (3・14) を $\hat{\boldsymbol{w}}(n)$ に関して再帰的に解き，かつ，逆行列の補助定理を用いることで，標準的な RLS アルゴリズムが次のように得られる[1]．

[RLS アルゴリズム]

次の初期化を行う．

$$\boldsymbol{P}(0) = \delta^{-1}\boldsymbol{I},\ \hat{\boldsymbol{w}}(0) = \boldsymbol{O} \tag{3・17}$$

繰り返し回数 $n = 1, 2, \ldots$ において，以下の演算を行う．

$$\boldsymbol{g}(n) = \frac{\boldsymbol{P}(n-1)\boldsymbol{x}(n)}{\lambda + \boldsymbol{x}^T(n)\boldsymbol{P}(n-1)\boldsymbol{x}(n)} \tag{3・18}$$

$$\nu(n) = d(n) - \hat{\boldsymbol{w}}^T(n-1)\boldsymbol{x}(n) \tag{3・19}$$

$$\hat{\boldsymbol{w}}(n) = \hat{\boldsymbol{w}}(n-1) + \boldsymbol{g}(n)\nu(n) \tag{3・20}$$

$$\boldsymbol{P}(n) = \lambda^{-1}\{\boldsymbol{P}(n-1) - \boldsymbol{g}(n)\boldsymbol{x}^T(n)\boldsymbol{P}(n-1)\} \tag{3・21}$$

ここで，δ は小さな正の定数であり，行列 $\boldsymbol{P}(n)$ は式 (3・22) で定義されていると解釈できる．

$$\boldsymbol{P}^{-1}(n) = \boldsymbol{R}(n) + \delta\lambda^n \boldsymbol{I} \tag{3・22}$$

すなわち，標準的な RLS アルゴリズムでは，式 (3・11) の評価関数を最小化する解を求めているのではなく，式 (3・23) の評価関数を最小化する解を求めていることになる[1)]．

$$J(n) = \delta\lambda^n \|\boldsymbol{w}(n)\|_2^2 + \sum_{i=1}^{n} \lambda^{n-i}\{d(i) - \boldsymbol{w}^T(n)\boldsymbol{x}(i)\}^2 \tag{3・23}$$

RLS アルゴリズムの特徴として，

- RLS アルゴリズムがカルマンフィルタの特別な場合として解釈できること
- 次数 N に関して固定のアルゴリズムのみでなく，次数に関して再帰的なアルゴリズムも存在すること
- 標準的なアルゴリズムは数値不安定性の問題を抱えているため，その改良法が提案されていること
- 標準的なアルゴリズムの演算量は $O(N^2)$ であるが，$O(N)$ の高速算法が存在すること

などがあり，詳しくは文献 1) などを参照していただきたい．

近年の研究報告例として，文献 2) では，自己相関行列 $\boldsymbol{R}(n)$ の条件数に RLS アルゴリズムの誤調整がどのように依存するかが述べられている．また，文献 3) では，可変の忘却係数を用いた RLS アルゴリズムが改良された平均二乗誤差解析の観点から提案されている．さらに，文献 4) では，自己相関行列 $\boldsymbol{R}(n)$ の正定値性が常に保証された leaky RLS アルゴリズムが提案され，その応用が紹介されている．

■参考文献

1) A.H. Sayed and T. Kailath, “A state-space approach to adaptive RLS filtering,” IEEE Signal Process. Mag., vol.11, no.3, pp.18-60, 1994.
2) J. Benesty and T. Gänsler, “New insights into the RLS algorithm,” EURASIP J. Appl. Signal Processing, vol.2004, issue 3, pp.331-339.
3) S.H. Leung and C.F. So, “Gradient-based variable forgetting factor RLS algorithm in time-varying environments,” IEEE Trans. Signal Processing, vol.53, no.8, pp.3141-3150, 2005.
4) E. Horita, K. Sumiya, H. Urakami, and S. Mitsuishi, “A leaky RLS algorithm: its optimality and implementation,” IEEE Trans. Signal Processing, vol.52, no.10, pp.2924-2932, 2004.

■1 群 - 9 編 - 3 章

3-3 周波数領域適応フィルタ

（執筆者：中西　功）［2009 年 2 月 受領］

FIR 型適応フィルタでは，一つの係数の更新はほかのすべての係数の更新に影響を与えるため，結果的に多くの係数更新回数が必要になる．そこで，それを解決するために周波数領域適応フィルタが提案されている．基本構成を図 3･2 に示す[1]．入力信号 $x(i)$ は離散フーリ

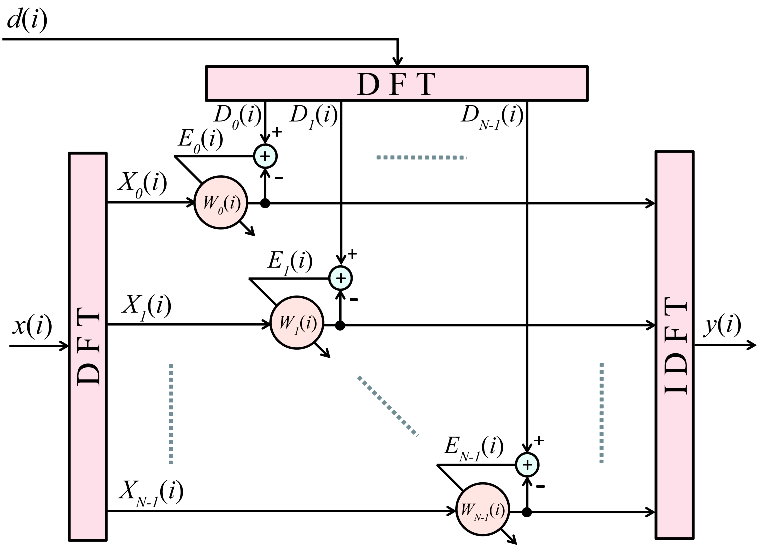

図 3･2　周波数領域適応フィルタの構成

エ変換（DFT）により周波数成分 $X_k(i)(k = 0, 1, \cdots, N-1)$ に分解される．i と k はそれぞれ時間と周波数を表す添え字，N は DFT の解析数である．そして，$X_k(i)$ には適応係数 $W_k(i)$ が乗じられ，逆変換（IDFT）されて元の時間信号 $y(i)$ に戻る．

DFT ならびに IDFT の演算では，演算量削減のために高速フーリエ変換（FFT）（本編 6 章 6・2 節参照）が用いられる．FFT はブロック処理を基本とするため，入力信号を一定間隔のブロックごと (N) のデータに分割して適応信号処理が行われる．そのため，それぞれの適応係数の更新は，ブロックごとに一回となり，結果として，適応係数の演算量は $1/N$ になる．この考え方は，ブロック適応アルゴリズムとよばれ[2]，DFT（FFT）導入により増加する演算量を抑えることができる．

係数の更新アルゴリズムは次のように表現される．

$$W_k(b) = W_k(b-1) - \frac{1}{|X_k(b)|^2} E_k(b)\, \overline{X_k(b)} \tag{3･24}$$

ここで，ブロック処理であることを明確にするため，時間を表す添え字を b としている．$\overline{\cdot}$ は複素共役を表す．また，$D_k(b)$ を所望スペクトルとすれば，$E_k(b)$ は $D_k(b) - W_k(b)X_k(b)$

で定義される誤差スペクトルである．係数の更新量を決定するステップサイズは，各周波数のスペクトル電力で正規化されたものになっている．

ここで重要なことは，式（3･24）のすべての変量は周波数ごとに独立しているということである．有色信号のように周波数成分に偏りがあったとしても周波数ごとに独立して最適な係数更新量が設定される．その結果，すべての適応係数はそれぞれ独立して最適な係数に収束するため，高速な収束が常に保証される．これが周波数領域適応フィルタの高速収束特性の原理である．

一方，ブロックごとにしか適応係数が更新されないという点は，実用面では注意が必要である．例え 1 回の係数更新であってもそれには標本化間隔の N 倍の時間が必要になる．また，出力信号がブロック長 N だけ遅れるという点も実時間処理では見逃せない．そこで，周波数領域適応フィルタを逐次的，すなわち，標本化間隔ごとに処理する構成法として図 3･3 が提案されている[3)]．入力データは遅延素子を用いて N 個の入力標本化系列 $x(i-n)$ $(n = 0, 1, \ldots, N-1)$

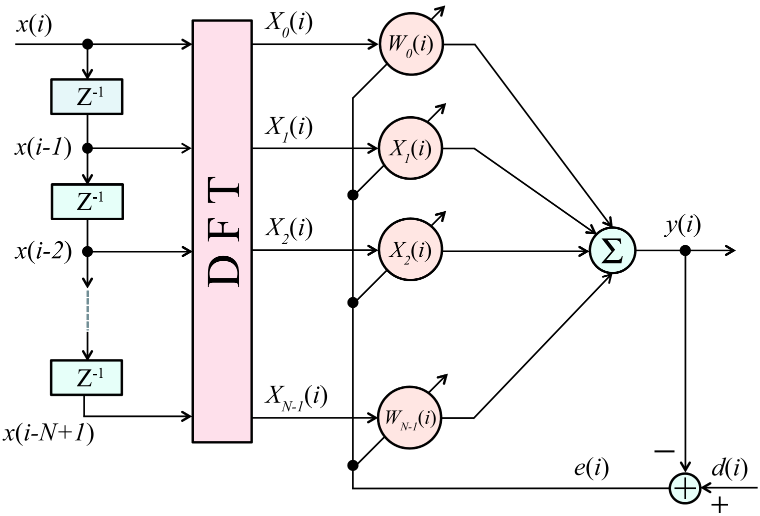

図 3･3　逐次処理型周波数領域適応フィルタ

として逐次的に DFT に入力される．DFT は，FFT もしくは周波数サンプリングフィルタなどで逐次的に処理され，周波数ごとに分解された成分を得る．周波数成分 $X_k(i)$ にはそれぞれ適応係数 $W_k(i)$ が乗じられる．

ここで，注意すべきは，逆変換（IDFT）が無いことである．これは，所望信号として時間信号 $d(i)$ を与えることで，適応係数はフィルタ係数だけでなく，IDFT 演算を併せて学習する仕組みになっている．これにより図 3･2 で必要な 3 回の DFT（FFT）演算が 1 回で済む．

係数更新アルゴリズムは以下のような形になる．

$$W_k(i) = W_k(i-1) - \frac{1}{|X_k(i)|^2} e(i)\overline{X_k(i)} \qquad (3･25)$$

ここで，誤差信号 $e(i)$ はすべての周波数成分を含む信号であるため，係数更新アルゴリズム

が周波数ごとに独立にはなっていない．従って，この構成法では逐次的に出力が得られるが，周波数領域適応フィルタが持つ本来の高速収束特性は発揮されない．

なお，変換を DFT だけでなく離散コサイン変換（DCT）などのほかの変換にまで拡張したものを変換領域適応フィルタとよぶ．詳しくは以下の参考文献を参照していただきたい．

■参考文献

1) M. Dentino, J. McCool, and B. Widrow, “Adaptive Filtering in the Frequency Domain,” Proc. of the IEEE, vol.67, no.12, pp.1658-1659, 1978.
2) 辻井重男 編著, “適応信号処理,” pp.67-106, 昭晃堂, 1995.
3) S.S. Narayan, A.M. Peterson, and M.J. Narasimha, “Transform Domain LMS Algorithm,” IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol.31, no.3, pp.609-615, 1983.
4) S. Haykin, “Adaptive Filter Theory,” pp.18-67, Prentice-Hall, Inc., 1996.
5) W.K. Jenkins, A.W. Hull, J.C. Strait, B.A. Schnaufer, and X. Li, “Advanced Concepts in Adaptive Signal Processing,” pp.117-182, 1996.

■1 群 - 9 編 - 3 章

3-4 適応フィルタの応用

(執筆者:中西 功)[2009 年 2 月 受領]

本節では適応信号処理の応用を紹介する.代表的なものとして,エコーキャンセラ,自動等化器,ノイズキャンセラ,能動騒音制御などがある[1, 2, 3].また,2 次元データ(画像)への応用も試みられている[4, 5].

3-4-1 システム同定

多くの応用において基本となるのはシステム同定である.システム同定の最も基本的な構成を図 3･4 に示す. システム同定という名称が表すように未知システム $K(z)$ を適応フィル

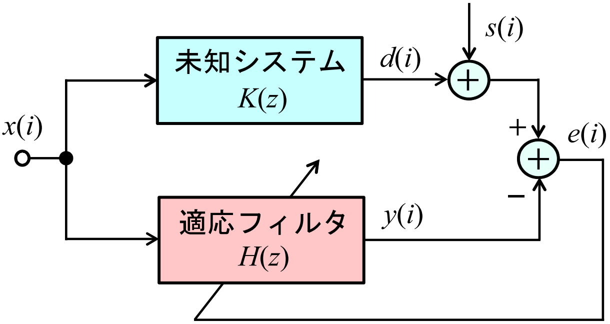

図 3･4 システム同定の構成例

タ $H(z)$ により推定する.ここで未知システムは時不変で線形と仮定する.また,未知システムの出力 $d(i)$ には外乱雑音 $s(i)$ があるとする.そして,未知システムと適応フィルタには同じ信号 $x(i)$ が入力され,それぞれの出力を比較し,その誤差 $e(i)$ が小さくなるように係数を更新することで未知システムの同定が行われる.

なお,未知システムは時不変であるとしたが,時変の場合にも適用可能である.その場合,適応フィルタの時変な未知システムを推定し続けることになる.

3-4-2 適応ノイズキャンセラ

次に,適応ノイズキャンセラを紹介する.ノイズキャンセラとは雑音を含む信号から目的の信号(所望信号)を取り出すものである.

構成例を図 3･5 に示す.入力は二つであり,一つを主要入力,もう一つを参照入力とよぶ.主要入力には雑音が重畳する信号が,参照入力には雑音だけが入力されると仮定する.

主要入力に重畳する雑音は,その源より離れた距離を伝搬して混じるため,その間の伝達特性の影響を受ける.加えて,一般的にはその特性は未知であるため,それを推定する必要がある.そこで,その伝達過程を未知システムとして適応フィルタによるシステム同定を行い,フィルタ出力を主要入力から差し引くことで所望信号を取り出す.これが適応ノイズキャンセラの原理である.適応アルゴリズムとしてはこれまで説明してきたものが使用できる.

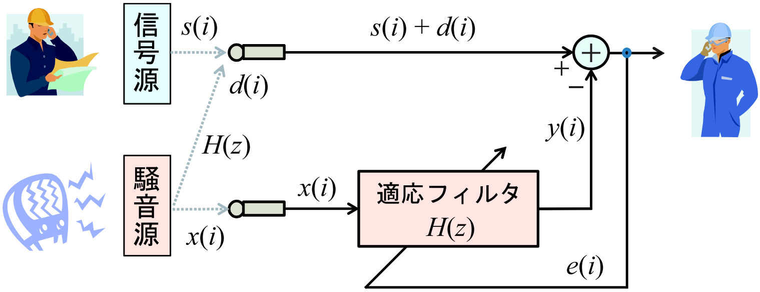

図 3･5　適応ノイズキャンセラの構成例

3-4-3 能動騒音制御

次の応用例として，能動騒音制御（アクティブ・ノイズ・コントロール）を紹介する．「能動」という言葉が示すように別な信号を新たに発生させ，それにより騒音を打ち消そうとするものである．

基本的な構成例を図 3･6 に示す．騒音源での騒音は $x(i)$ であり，それが未知なる過程 $K(z)$

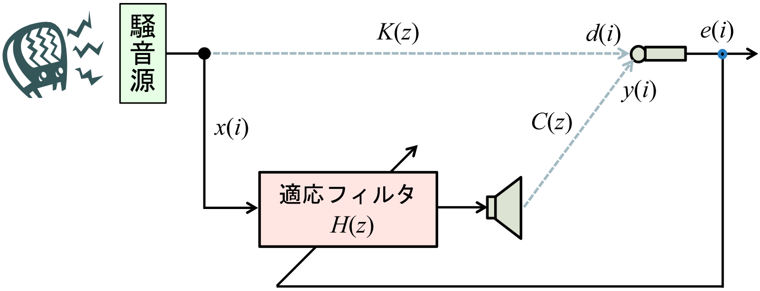

図 3･6　能動騒音制御の基本構成

を経て騒音を打ち消したい点（受音点）に到達し，マイクロフォンなどにより $d(i)$ として観測される．一方，騒音 $x(i)$ を入力とする適応フィルタ $H(z)$ の出力は，スピーカなどから発せられ，伝達過程 $C(z)$ を経て受音点において $y(i)$ として観測される．ここで，$e(i) = d(i) + y(i)$ であり，これが小さくなるように適応フィルタを動作させれば騒音を抑圧することになる．

なお，能動騒音制御では，適応フィルタを動作させる前にスピーカからマイクまでの伝達特性 $C(z)$ が事前に分かっていなければならない．さらに，それを適応フィルタの入力側に移動させれば，$C(z)$ を経た信号を入力とする適応フィルタにより $K(z)/C(z)$ を推定することに等価になる[2]．係数更新アルゴリズムとしては例えば LMS アルゴリズムなどが利用できるが，$C(z)$ によりフィルタリングされた信号を入力とするため，Filtered-X アルゴリズムとよんで区別する場合が多い．

■参考文献

1) B. Widrow and S.D. Stearns, “Adaptive Signal Processing,” pp.193-458, Prentice-Hall, Inc., 1985.

2) 辻井重男 編著, “適応信号処理,” pp.67-106, 昭晃堂, 1995.
3) S. Haykin, “Adaptive Filter Theory,” pp.18-67, Prentice-Hall, Inc., 1996.
4) W.K. Jenkins, A.W. Hull, J.C. Strait, B.A. Schnaufer, and X. Li, “Advanced Concepts in Adaptive Signal Processing,” pp.117-182, 1996.
5) 雛元孝夫, 浜田望 編著, “2 次元信号と画像処理,” pp.173-197, 1996.