

■1 群 (信号・システム) - 10 編 (超音波信号処理)

---

## 2 章 超音波の基礎

## ■1群 - 10編 - 2章

### 2-1 超音波の伝搬

(執筆者：斎藤繁実) [2009年3月 拝受]

静止して平衡状態にある気体や液体の媒質の圧力を  $p_0$ 、密度を  $\rho$  とする。これに音波が伝わりと媒質は音波の伝搬方向に振動する。その振動速度を粒子速度  $v$  という。  $v$  は伝搬途上の場所によって異なるので、  $\rho$  にも変動が生ずる。その上昇値を  $\Delta\rho$  とする。また、  $\Delta\rho$  によって圧力も上昇する。これが音圧  $p$  である。物理量  $v$ 、  $\Delta\rho$ 、  $p$  の変化が時間経過とともに空間を伝わるのが音波である。固体については、歪み  $[S]$ 、応力  $[T]$ 、変位  $u$  に同様の伝搬が起こる。

#### 2-1-1 物理量の関係と波動方程式

簡単のため、1次元の波動、すなわち  $x$  方向に伝わる平面波  $v=(v,0,0)$  で説明する。図 2・1 のように、  $x$  と  $x+\Delta x$  の間にある流体媒質の加速度  $dv/dt=\partial v/\partial t+v\partial v/\partial x\approx\partial v/\partial t$  と単位面積当たりの質量  $\rho\Delta x$  の積は、ニュートンの運動方程式から、両側から押す圧力の差  $p(x)-p(x+\Delta x)\approx-(\partial p/\partial x)\Delta x$  に等しい。したがって、近似式

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2\cdot 1)$$

を得る (運動方程式)。また、同図から分かるように、仮想平面  $x$  を通して単位面積当たり単位時間に流入する媒質の質量は  $[\rho+\Delta\rho(x)]v(x)$  であり、同様に  $x+\Delta x$  で流出する媒質の質量は  $[\rho+\Delta\rho(x+\Delta x)]v(x+\Delta x)$  である。この差  $[\rho+\Delta\rho(x)]v(x)-[\rho+\Delta\rho(x+\Delta x)]v(x+\Delta x)\approx-\rho\Delta x\partial v/\partial x$  が  $x$  と  $x+\Delta x$  の間にある媒質の単位時間当たりの質量の増加量  $\partial(\rho\Delta x)/\partial t$  に等しい。これより

$$\frac{\partial\Delta\rho}{\partial t} = -\rho \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2\cdot 2)$$

を得る (連続方程式)。音波による密度変化は短時間で繰り返されるので、その変化は断熱的に行われると考えてよい。熱力学によれば、このとき、粘性や熱伝導を無視できる完全気体では比熱比 (定積比熱と定圧比熱の比) を  $\gamma$  とし、(圧力)  $\times$  (体積) $^\gamma$  = (一定)、すなわち  $p_0\rho^{-\gamma}=(p_0+p)(\rho+\Delta\rho)^{-\gamma}$  が成り立つ。これより、近似的に

$$p = \gamma p_0 \frac{\Delta\rho}{\rho} \quad (2\cdot 3)$$

を得る (状態方程式)。液体では、上式の係数  $\gamma p_0$  に体積弾性率  $K$  を用いる。式(2・1)、(2・2)、(2・3)を連立して  $v$ 、  $\Delta\rho$  を消去すると、ダランベール波動方程式

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2\cdot 4)$$

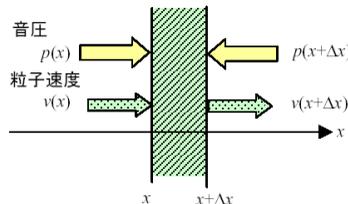


図 2・1 微小体積の1次元運動

が得られる。空気では  $c = (\gamma p_0 / \rho)^{1/2}$ 、液体では  $c = (K/\rho)^{1/2}$  である。時間の正弦波を仮定して  $p = P \exp(j\omega t)$  とおくと、式(2.4)はヘルムホルツ方程式  $\nabla^2 P / dx^2 + k^2 P = 0$  (ただし  $k = \omega/c$ ) となる。この一般解  $p = C_1 \exp[j(\omega t - kx)] + C_2 \exp[j(\omega t + kx)]$  ( $C_1, C_2$  は未定定数) の第 1 項, 第 2 項はそれぞれ  $+x$  方向,  $-x$  方向に速度  $\omega/k = c$  で伝搬する波を表す。  $c$  は音速となる。角周波数  $\omega$  が単位時間当たりの位相変化量であるのに対し,  $k$  は単位距離当たりの位相変化量を表す。  $k$  を波数という。1 波長で  $2\pi$  の位相変化があるので,  $k/2\pi$  は伝搬方向に単位長さに乗っている波の数を表す。よってその逆数  $2\pi/k$  が波長である。

任意の点での音圧と粒子速度の複素振幅比を比音響インピーダンス ( $Z_s$  とおく) という。  $p = P \exp[j(\omega t - kx)]$  なる平面波では, 式(2.1)より粒子速度  $v = (k/\rho\omega) P \exp[j(\omega t - kx)]$  だから,

$$Z_s = \frac{P}{(k/\rho\omega)P} = \rho c \quad (2.5)$$

である。したがって, 平面波では媒質に固有な一定値  $\rho c$  となる。  $\rho c$  を特性インピーダンス (あるいは固有音響インピーダンス) という。更に,  $\rho c$  は実数だから, 式(2.5)は音圧と粒子速度が同位相となることを示している。

$\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$  として 3 次元に拡張すると, 式(2.1), (2.2), (2.4) は下のようになる。

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p, \quad \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad \nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \quad (2.6)$$

流体中の音波で回転運動は発生しないので,  $\mathbf{v} = -\nabla \phi$  と表せる。  $\phi$  を速度ポテンシャルという。これを式(2.6)の第 1 式に代入すると

$$p = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.7)$$

が得られる。また, 上式を式(2.6)の第 3 式に代入すると  $p$  と同様な波動方程式

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (2.8)$$

が得られる。正弦波音波  $\phi = \Phi \exp(j\omega t)$  では,  $\phi$  の値から音圧が  $p = j\omega \rho \Phi \exp(j\omega t)$  と直ちに求まるので, 速度ポテンシャルも重要な物理量である。

## 2-1-2 異種媒質境界での音波の反射・透過と屈折

図 2.2 のように, 異種媒質 I, II (I の固有音響インピーダンス:  $\rho_1 c_1$ , II:  $\rho_2 c_2$ ) が平面で接している。この境界に左から音圧振幅  $P_i$  の平面波が垂直入射したとき, 音圧振幅  $P_r, P_t$  の音波が反射・透過する。これらの振幅の関係は境界条件で決まる。境界面の左右で音圧が異なると, 質量 0 の境界に有限な力が加わるため境界が無限大の加速度で運動して不合理なので, 境界面の左右で音圧は連続となる。これより

$$P_i + P_r = P_t \quad (2.9)$$

の関係が得られる。境界の左右で, 境界に垂直な粒子速度が異なると, 左右の媒質が重なるか, 境界に隙間を生ずることになり不合理なので, 境界面の左右で粒子速度の法線方向成分が連続でなければならない。これより

$$\frac{P_i}{\rho_1 c_1} - \frac{P_r}{\rho_1 c_1} = \frac{P_t}{\rho_2 c_2} \quad (2.10)$$

の関係が得られる。左辺第 2 項の反射波の負号は, 進行方向が入射波と反対であることに

よる。式(2・9)、(2・10)を連立させ、 $P_r/P_i$ 、 $P_t/P_i$ について解くと

$$\frac{P_r}{P_i} = \frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2}, \quad \frac{P_t}{P_i} = \frac{2\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \quad (2 \cdot 11)$$

が得られる。前者を音圧反射係数、後者を音圧透過係数といい、それぞれ音圧の反射、透過の割合を表す。 $\rho_1 c_1 = \rho_2 c_2$ であれば、反射が起こらないことが分かる。

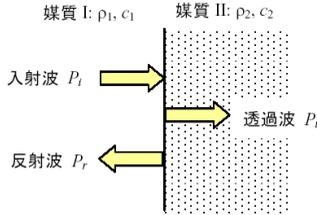


図 2・2 垂直入射音波の反射・透過

図 2・3 のように、平面波が境界面に入射角 $\theta_i$ で入射する場合にも、同様な境界条件が成り立つ。図に示した角度 $\theta_i$ を用いると境界に垂直な粒子速度は  $P_i \cos\theta_i / \rho_1 c_1$ 、 $P_r \cos\theta_r / \rho_1 c_1$ 、 $P_t \cos\theta_t / \rho_2 c_2$  となるので、垂直入射の場合の $\rho_1 c_1$ 、 $\rho_2 c_2$ がそれぞれ $\rho_1 c_1 / \cos\theta_i$ 、 $\rho_2 c_2 / \cos\theta_t$ と変わるだけである。式(2・11)をそのように置き換えると反射・透過係数が求まる。 $\theta_i$ と $\theta_t$ の間にはスネルの法則  $\sin\theta_i / c_1 = \sin\theta_t / c_2$  が成り立つ。このことは、境界面での見かけの波長  $2\pi / k \sin\theta$  が両媒質で同じとなることに起因する。音速の変化によって伝搬方向が変わる現象を屈折という。

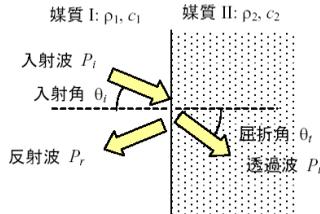


図 2・3 斜入射音波の反射・透過・屈折

### 2-1-3 吸収と減衰

媒質内部の粘性により音波の弾性・運動エネルギーが熱になって散逸する。また、媒質の膨張・圧縮による温度の局所的変動に伴う熱伝導でも、音波のエネルギーが散逸する。物質の圧力と内部ひずみの間のわずかな時間遅れによるエネルギー散逸も大きい。これらを吸収という。また、式(2・11)の反射と同様な理由で、特性インピーダンスに微小な不連続のある不均一媒質では、音波の一部が反射するので、伝搬エネルギーが減少する。これらを総合して減衰という。 $x$ 方向の伝搬音波を考え、距離 $x$ で音圧振幅  $P(x)$ の音波が、 $x + \Delta x$ では  $P(x)\Delta x$ に比例した量だけ音圧振幅が減少するとして、その比例定数を $\alpha$ とすると、 $\Delta P = -\alpha P(x)\Delta x$

と表せる.  $\Delta x \rightarrow 0$  として微分方程式にすると  $dP/dx = -\alpha P$  となり, この解から  $P = P(0)\exp(-\alpha x)$  と表せる.  $\alpha$  を減衰係数といい, 物質により, 周波数により値が異なる.  $\alpha$  の単位は Neper/m である.  $P$  を dB 表示するときは dB/m や dB/cm も用いられる.

#### 2-1-4 固体中の音波

固体の振動は, 歪み  $[S]$ , 応力  $[T]$ , 変位  $\mathbf{u}$  で記述される.  $[S]$  と  $[T]$  の関係はフックの法則で表され,  $[S]$  は  $S_{ij} = \partial u_i / \partial y_j + \partial u_j / \partial x_i$  のように  $\mathbf{u}$  の空間微分で表される. 固体の波動には回転運動が伴うので, 変位  $\mathbf{u}$  をスカラーポテンシャル  $\phi$  とベクトルポテンシャル  $\boldsymbol{\psi}$  で  $\mathbf{u} = \nabla\phi + \nabla \times \boldsymbol{\psi}$  と表す. 式(2.1)に相当する運動方程式に,  $[S]$  と  $[T]$  及び  $[S]$  と  $\mathbf{u}$  の関係を代入して,

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{c_d^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}, \quad \nabla^2 \boldsymbol{\psi} = \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{\psi}}{\partial t^2} \quad (2.12)$$

が得られる. 2式はそれぞれ縦波, 横波の波動方程式で,  $c_d$ ,  $c_s$  は縦波, 横波の音速である.

## ■1群 - 10編 - 2章

### 2-2 超音波の送波と受波

(執筆者：斎藤繁実) [2009年3月受領]

超音波は媒質の振動が伝搬する現象だから、その発生源は振動体である。応用上では、電気信号を音波に変える利便性から電気音響変換器である圧電トランスデューサ(圧電振動子)が用いられることが多い。ここから超音波ビームが広がりながら伝搬する。

#### 2-2-1 圧電トランスデューサ

ある種の絶縁体に電界を加えると寸法が変化し、逆に機械的に歪みを加えると電荷を発生する。この圧電現象を利用して、電気エネルギーと音響エネルギーとの相互変換を行うのが圧電トランスデューサである。超音波の周波数や用途により材料を使い分ける。数十kHzから数MHzの帯域では図2・4に例示した形状のPZT系セラミックがよく用いられる。また、受波器にはPVDF高分子膜が用いられることが多い。図2・4に示す電気端子の電圧 $E$ 、電流 $I$ と音響放射面に加わる力 $F$ 、その振動速度 $v$ の関係が、利用する各振動モードにおいて、図2・5の等価回路でほぼ表される。等価ステイフネス $s$ と等価質量 $m$ で決まる共振周波数で変換効率最大となる。 $Q$ 値は、通常、水負荷で数十程度と大きいので、広帯域にするには放射面と負荷との間にインピーダンス整合層を設けるなどの加工が必要である。一方、共振周波数より十分に低い周波数で外力 $F$ と開放出力電圧 $E$ の比 $|E/F| \approx A/(sC_d)$ が周波数に無関係となるので、広帯域ハイドロホンが実現する。

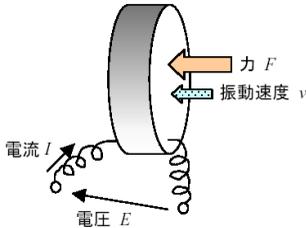


図2・4 圧電トランスデューサの形状例

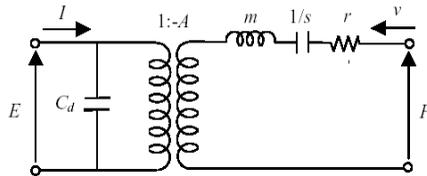


図2・5 圧電トランスデューサの等価回路

#### 2-2-2 点音源

トランスデューサの放射音場の解析には、点音源の考えが必要となる。図2・6のように原点に中心が置かれた、速度 $V_0 \exp(j\omega t)$ で呼吸振動する半径 $R$ の球を考える。放射音波が全方向に均等に伝搬する球面波となることは明らかなので、式(2・8)を球座標系に適用すると、速度ポテンシャル $\phi = \Phi \exp(j\omega t)$ についてヘルムホルツ方程式

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Phi}{dr} \right) + k^2 \Phi = 0 \quad (2 \cdot 13)$$

が成り立つ。この解 $\Phi = C_1 \exp(-jkr)/r + C_2 \exp(jkr)/r$ のうち、呼吸球からの放射音波を表す $+r$ 方向に伝搬する第1項だけを考える。 $r=R$ での粒子速度は

$$-\nabla\Phi \Big|_{r=R} = -\frac{d}{dr} \frac{C_1}{r} \exp(-jkr) \Big|_{r=R} = \frac{C_1}{R^2} (1 + jkR) \exp(-jkR) = V_0. \quad (2 \cdot 14)$$

$kr \ll 1$  である小さな呼吸球では、上式から  $C_1 = R^2 V_0$  と求まる。したがって、放射音波は

$$\Phi = \frac{R^2 V_0}{r} \exp(-jkr) = \frac{Q}{4\pi r} \exp(-jkr), \quad P = j \frac{\rho \omega Q}{4\pi r} \exp(-jkr) \quad (2 \cdot 15)$$

と表される。 $Q = 4\pi R^2 V_0$  は単位時間当たりの体積変化量を表し、体積速度と呼ばれる。球面波を放射する上述の微小音源を点音源といい、音源の基礎になる。

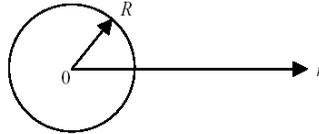


図 2・6 呼吸球

### 2-2-3 ピストン円板による音場

図 2・7 のように、堅牢で全く振動しない無限に広い平らな剛壁の一部分に半径  $a$  の剛円板があり、この円板が面に対して垂直に様な振幅  $V_0$  で振動しているとする。このような音源モデルをピストン円板という。円板上の面積要素  $dS$  を体積速度  $V_0 dS$  の点音源と考え、式(2・15)の第 2 式から求まる  $dS$  からの音圧  $dP = j\omega\rho V_0 dS \exp(-jkr') / (2\pi r')$  を円板全面にわたって積分すれば放射音圧が求まる。ここで  $r'$  は  $dS$  と観測点との距離であり、音波が剛円板の後方には放射されないので式(2・15)の 2 倍になっている。すなわち、

$$P = j \frac{\rho \omega V_0}{2\pi} \iint_S \frac{\exp(-jkr')}{r'} dS \quad (2 \cdot 16)$$

上式をレイリー積分という。観測点が軸上にあるときは積分が容易に実行でき、

$$P = \rho c V_0 [\exp(-jkz) - \exp(-jk\sqrt{a^2 + z^2})], \quad |P| = 2\rho c V_0 \left| \sin \frac{k}{2} (\sqrt{a^2 + z^2} - z) \right| \quad (2 \cdot 17)$$

となる。図 2・8 は水中での  $a = 2$  cm, 500 kHz の計算例である。小さな  $z$  では正弦関数の絶対値が 0 と 1 の間で振動するため、 $|P|$  は 0 と  $2\rho c V_0$  の間を振動する。干渉のため凹凸があるが、平均値  $\rho c V_0$  を保って伝搬し、音波が拡散しないことを表す。この領域を近距離場という。しかし、 $z$  が大きい遠距離場では正弦関数の引数が小さくなり、近似  $\sqrt{a^2 + z^2} \approx z + a^2/2z$  によ

て、 $|P| \approx \rho \omega Q / 2\pi z$  (ただし  $Q = \pi a^2 V_0$ ) となる。音圧は距離に反比例して小さくなる。音波が伝搬途上で拡がり始めるため、この現象を回折という。レイリー距離  $R_0 = a^2 / (2k)$  が、近距離場と遠距離場の境目の目安となる。

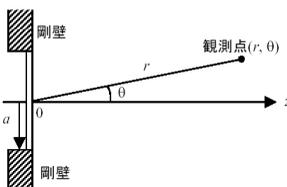


図 2・7 剛壁中のピストン円板

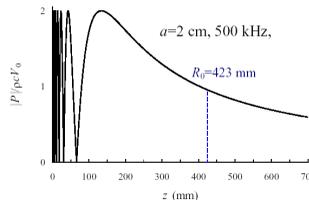


図 2・8 軸上の音圧分布

遠距離ではレイリー積分は簡単化され、図 2・7 の観測点  $(r, \theta)$  での音圧  $P$  が

$$P = j \frac{\rho c a V_0}{r} \frac{J_1(k a \sin \theta)}{\sin \theta} e^{-jkr} \tag{2・18}$$

と表される。  $J_1$  は 1 次のベッセル関数である。水中における  $a=2 \text{ cm}$ 、 $200 \text{ kHz}$  での  $\theta$  依存性の計算例を丸型グラフに示したのが図 2・9 である。最大値で規格化した  $|P|$  値を指向係数といい、本図のようなグラフを指向性パターンという。円板の正面方向で音圧が大きい、正面からはずれると小さくなる。指向性をもつビームとなって伝わるのが分かる。正面のビーム（主極）以外に、外側にも低レベルのビーム（副極）が現れる。本送波器を受波器として用いたとき、受波感度も同じ指向性となる。均一なピストン板に替え、多くの送受波器で配列を構成して、それらに振幅・位相に分布を与えれば、放射音波や受波感度の指向性を制御できる。

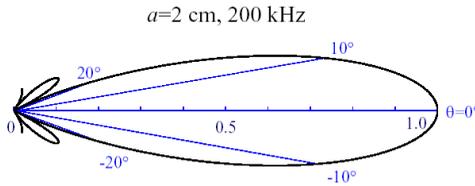


図 2・9 ピストン円板の指向性

### 2-2-4 放射インピーダンス

音を放射することで振動板全体に働く媒質からの反作用力  $F$  を振動速度  $v$  で割った値を放射インピーダンス ( $Z_r$  とおく) という。  $Z_r$  は音源に負荷される機械インピーダンスを表す。一例として、2-2-2 項の呼吸球音源では  $F=(面積) \times (音圧) = j4\pi\omega\rho R^2\Phi|_{r=R} = j4\pi\omega\rho RC_1 \exp(-jkr)$  である。式(2・14)の粒子速度で割ると  $Z_r = F/v|_{r=R} = j4\pi\omega\rho R^3/(1+jkR)$  となる。  $Z_r$  の  $R$  による変化を図 2・10 に示す。  $kR > 3$  では、  $Z_r \approx 4\pi R^2 \rho c$  となる。すなわち、直径が 1 波長以上であれば放射インピーダンスはほぼ実数で、媒質の固有音響インピーダンスに放射面積を乗じた値に近似される。2-2-3 項のピストン円板の場合も同様に、  $ka > 3$  で  $Z_r \approx 4\pi a^2 \rho c$  となる。図 2・5 の等価回路で表される圧電トランスデューサが送波器に用いられたとき、右側の音響端子に  $Z_r$  が負荷されることになる。等価回路でトランスデューサの特性評価が可能となる。

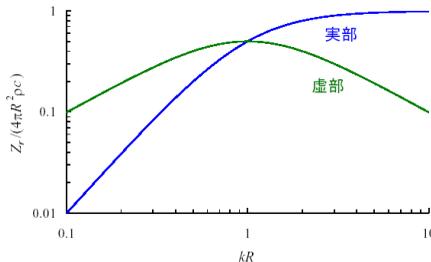


図 2・10 呼吸球の放射インピーダンス

## ■1 群 - 10 編 - 2 章

### 2-3 非線形音波

(執筆著者：鎌倉友男) [2009 年 12 月 拝受]

#### 2-3-1 非線形性による高調波の発生

音波は弾性波であり、弾性体に加わる圧力とその体積変化量が本質的に非線形の関係にあるので、線形理論では予想できない様々な現象が生ずる。非線形性に起因する最も代表的な現象は波形歪みで、その歪みは音波の伝搬に伴い蓄積的に著しくなる。空中に限れば、ヒトの聴覚の最大可聴値といわれる 120 dB を超えるあたりから波形歪みが観測され、音波の振幅が大きいほど、また周波数が高いほど顕著に現れる。空中に限らず水中や固体内でも歪み現象が発生し、特に医用超音波分野で使用される数 MHz 帯域では、診断に使用する音圧範囲でも波形が正弦波状からのこぎり波状に変わる過程が観測できる。

音波の振幅が無限小と仮定して取り扱うのが従来の線形音響であり、非線形音波ではその振幅が無視できなく、有限であるとして取り扱う。有限振幅の平面進行波の場合、音速は音波の瞬時振幅に依存して

$$c_t = c_0 + \beta u \quad (2.13)$$

となる<sup>1)</sup>。ここで、 $c_0$ は微小振幅のときの音速、 $u$ は粒子速度で、音圧を  $p$ 、媒質密度を  $\rho$  としたとき、 $u = p/\rho c_0$  の関係がある。 $\beta$ は非線形係数で、エントロピー  $S$  が一定の条件のもと

$\beta = 1 + \frac{\rho}{2c_0^2} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)$  で与えられる。ちなみに、空気では  $\beta = 1.2$ 、水では  $\beta = 3.5$  と、多くの媒質は  $\beta > 0$  の媒質固有の値を取る。式(2.13)から、音波の振幅が大きき媒質が強く圧縮されると  $\beta u > 0$  なので  $c_t > c_0$  となり、逆に媒質が希薄になると  $c_t < c_0$  となる。この結果、有限振幅音波は伝搬とともに波形が崩れていくが、これが波形歪みの発生の基本メカニズムである。

音波の非線形現象の発現は、式(2.13)を基本とした平面波を通じて把握できる。しかし、音波は本来 3 次元空間の伝搬姿態として現れるので、波動の本質的な回折と音波吸収（エネルギー散逸）を含めて議論する必要がある。回折、音波吸収、そして非線形性を含めた代表的なビームモデル式として KZK (Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov) の式

$$\nabla_{\perp}^2 p - \frac{2}{c_0} \frac{\partial^2 p}{\partial z \partial t'} + \frac{b}{\rho c_0^4} \frac{\partial^3 p}{\partial t'^3} = -\frac{\beta}{\rho c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t'^2} \quad (2.14)$$

が提案され、非線形音場の理論予測に広く利用されている<sup>2)</sup>。ここで、 $t' = t - z/c_0$  は遅れ時間、 $z$  はビームの伝搬軸、 $\nabla_{\perp}^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$  は  $z$  軸に垂直な径方向面内の 2 次元ラプラシアン、 $b$  は音波吸収にかかわる係数である。KZK の式は均質媒質内での進行波伝搬を記述する式であるが、弱不均質媒質に対しても適用できるようなモデル式も提案されている。

波形歪みの発生は、送波時にはなかった周波数成分が新たに発生することを意味する。例えば正弦波の超音波ビームを空間に放射すると、多くの高次高調波が発生する。この高調波ビームは、その周波数が基本波の整数倍にあつて周波数が高く、ビーム幅は基本波ビームに比べて細くなる。そのみならず、通常の指向性音源が有するサイドローブが抑圧されるという特長を示す。また 2 周波からなる超音波ビームを一方に放射すれば、それらの高調波のみならず和周波数や差周波数など結合した周波数成分もそのビーム内に発生する。このとき、二つの周波数を接近させることで低い差周波数のサイドローブのない狭音波ビームを得

る。この差音ビームはパラメトリックアレイと呼ばれており、次世代のソナー装置や超指向性音響システムへの応用がなされている。

### 2-3-2 その他の代表的非線形現象

非線形性によって高調波が発生すると同時に直流成分も観測されるが、多くの場合、音響エネルギーの間接的作用として現れる。直流成分の一つは音圧に付随する微小圧力として、もう一つは流体粒子の振動速度に付随する媒質の実質的な一方向流れとして発生する<sup>2)</sup>。

直流の圧力の発生は、音響エネルギーの空間密度の差に起因する。すなわち、波の伝搬過程において微小空間領域に入射したすべてのエネルギーが隣り合う次の微小領域に移動せず、微小領域間のエネルギーの密度差が発生する場合に起こる。これは波の伝搬経路に音響インピーダンスの異なる反射物体が存在するようなどきで、このときに音のエネルギー密度が力となって物体を一方向に押す。この現象が音響放射力である。放射力の応用として、小物体を音で浮かす音波浮揚、微粒子を移動・捕捉を行うマイクロマニピュレーションがある。

一方、媒質の一方向の流れとは質量の流れを意味するが、これは媒質が縦波として動くと同時に圧縮され、この過程で発生する2次的現象である。この媒質の流れを音響流という。この音響流も放射圧と同様に空間の局所において発生するもので、波形歪みのような蓄積効果はない。しかし、音響流にはほかの発生機構がある。これは、音が伝搬する際に粘性を介して音響エネルギーの一部を媒質内に損失し、それが媒質を動かす駆動力を発生させ、流れを誘起する場合である。波動のエネルギーが粘性を介して損失する代償に、エネルギーの一部が媒質を動かすエネルギーに使われるのである。このときの流れは、駆動力が音波ビーム内に細長く分布することから、蓄積的に速度を増し、10 cm/s 以上の流速になる場合がある。周波数が高いほど音響エネルギーの損失は大きく駆動力は増大するので、数 MHz 以上の細い超音波ビームでも音響流は容易に観測され、microfluidics 分野での応用が期待できる。

ところで、音波が自由空間内を伝搬するとき、流体粒子間での熱のやりとり（熱接触）がない断熱過程で伝搬する。そして、このエントロピー一定の仮定のもとで音速  $c_0$  が定義されている。一方、波長に比べて十分小さな径の細管内を音波が伝搬するような場合、エントロピー一定の仮定は成り立たなくなる。その理由は、気体のもつ音響エネルギーが熱として熱容量の大きな管壁に移動するからである。したがって、音響エネルギーが失われ、音波は減衰する。逆に、管軸方向に沿って温度勾配を設けて流体粒子と管壁との間で十分熱交換ができれば管内で気柱共鳴が起こり、熱音響自励振動が観測できる。細管を束ねたスタックを利用して壁面と音波との熱のやりとりを行うときには、熱伝導度に基づく温度境界層と粘性に基づく速度境界層が重要な役割を演じる。特に、流体粒子と管壁が熱平衡に達するまでの熱緩和時間と音波の周期との大小関係で、熱音響現象が統一的に議論できる<sup>3)</sup>。わずかな厚さの境界層内を介して音波と壁面の間の熱的相互作用が様々な熱音響現象を引き起こす。熱で音波を発生する音響エンジンや、音波で冷凍を行う音響クーラーはこの現象に基づく。

### ■参考文献

- 1) 鎌倉友男, “非線形音響学の基礎,” 愛智出版, 1996.
- 2) M.F. Hamilton and D.T. Blackstock, “Nonlinear Acoustics,” Academic Press, San Diego, 1998.
- 3) 矢崎太一, “細管内の音波伝播と熱音響現象,” ながれ, vol.24, pp.395-404, 2005.

## ■1 群 - 10 編 - 2 章

### 2-4 音波物性

(執筆者：崔 博坤) [2009 年 6 月 受領]

種々の物質を伝搬する超音波の速度や吸収を測定することによって、その物質の力学的物性を調べることができる。特に音速・吸収の周波数依存性を調べることにより、緩和現象などの動的構造を明らかにすることができるので、気体・液体・固体や生体物質などあらゆる物質を対象に、これまで多くの研究がなされている<sup>1,2)</sup>。周波数依存性を明らかにするという意味で、超音波スペクトロスコピーとも呼ばれている。

音速・吸収は物質の原子や分子間の相互作用が反映されているので、その相互作用がよく分かっている気体や単純な液体・結晶などでは音波の伝搬過程はよく理解されている。しかし、複雑な物質や生体物質などではいまだによく分かっていないことが多い。

#### 2-4-1 気体・液体の音速

気体中では体積弾性率  $K$  しか存在しないので、縦波の音速は密度を  $\rho$  として

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (2 \cdot 15)$$

与えられる。音波の伝搬は断熱過程であることを考慮し、状態方程式  $PV=RT$  を使うと

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (2 \cdot 16)$$

と変形できる。ここで、 $\gamma$  は比熱比、 $R$  は気体定数 ( $=8.314 \text{ J/molK}$ )、 $T$  は絶対温度、 $M$  は気体の分子量である。空気中の音速は、上式に  $M=29.0$ 、 $\gamma=1.40$  を代入して、温度  $t$  °C で

$$v_{air} = 331.45 + 0.61 t \quad [\text{m/s}] \quad (2 \cdot 17)$$

という式が用いられる。音速は分子量が小さいほど大きくなり、ヘリウム中では空気中の 3 倍近くなる。

液体中では式(2・15)は成り立つが、式(2・16)は使えない。液体では分子間相互作用が強く、液体モデルから圧縮率を計算することが困難だからである。図 2・11 に、水の音速の温度依存性を示す。普通の有機液体では温度とともに音速は減少するが、水ではそれと異なり、約 75°C 付近で音速が最大となる。水は低温側で水素結合による特有な構造を作っており、温度上昇とともにその構造が壊れていくことがその原因となっている。

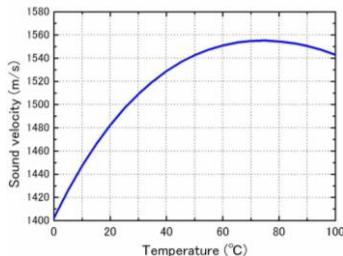


図 2・11 水の音速の温度依存性

## 2-4-2 気体・液体の緩和現象

流体中を音波が伝搬するとき、縦波であってもずれ変形が入るので粘性が音波吸収の原因となる。また、断熱過程によってできた温度の高温・低温部の間で熱伝導が起こり、これも音波吸収の原因となる。両者を併せて古典吸収といい、その吸収係数は

$$\alpha = \frac{2\pi^2}{\rho v^3} \left( \frac{4}{3}\eta + \frac{\gamma-1}{C_p}\kappa \right) f^2 \quad (2.18)$$

で表される。 $\eta$ はずれ粘性率、 $\kappa$ は熱伝導率、 $C_p$ は定圧比熱、 $f$ は周波数である。通常の測定周波数域（液体では数 MHz）での吸収係数は古典吸収の値(2.18)より大きいことがほとんどである。その理由は、伝搬媒質の分子内及び分子間の緩和現象による吸収が存在するからである。

空気中の吸収の原因は、窒素・酸素分子による分子振動緩和現象で説明できる。音波によって周期的で微小な温度変化が生じている。その温度変化は並進的な分子エネルギーの変化であって、分子内振動エネルギーがその変化に追従するにはある特有な時間遅れ $\tau$ を必要とする。音波周期が時間 $\tau$ よりも大きい（すなわち周波数が低い）場合は、振動エネルギーも並進エネルギーと一体になって変化し、両者間で熱平衡が保たれる。音波周期が $\tau$ よりも小さい（周波数が高い）場合、振動エネルギーはもはや並進エネルギーつまり音波による温度変化に追従できないので、実効的な比熱が減少する。その結果、音速が上昇し吸収は減少する。この現象を分子振動緩和現象という。図 2・12 に、空気中の吸収係数の周波数依存性を示す<sup>3)</sup>。窒素、酸素分子の振動緩和周波数はそれぞれ 9 Hz、24 Hz と低いが、わずかな水蒸気の影響を受けて高周波側に緩和がシフトする。そのため、図のように相対湿度によって吸収係数は複雑に変化する。ほぼ 100 kHz 以上の周波数域では緩和現象の影響はなくなり、古典吸収による吸収が主になるので、湿度によらず周波数の 2 乗に比例して増加するようになる。

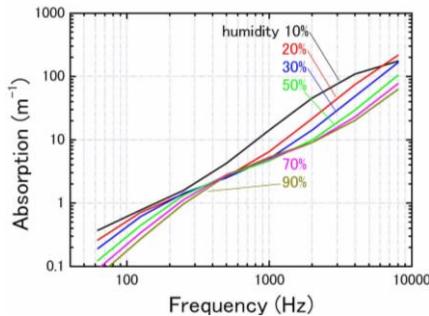


図 2・12 空気中の吸収係数の周波数依存性

水蒸気が振動緩和時間に影響するため相対湿度により大きく変化する。

緩和現象は並進—分子振動自由度間に限らず、種々の自由度間で起こり得る。例えばハロゲンアルカン（ $\text{CHCl}_2\text{CHCl}_2$  など）の回転異性化反応、エステルのは *cis-trans* 回転異性化反応、電解質溶液のイオン会合・解離反応（海水の音波吸収の原因はこれが主である）、高分子溶液中の高分子鎖セグメント運動、などによる緩和現象がよく知られている。

■参考文献

- 1) 高木堅志郎 他, “超音波便覧,” 丸善, pp.229-302, 1999.
- 2) 和田, 生嶋 編, “超音波スペクトロスコーピー, 基礎編,” 培風館, 1990.
- 3) H.E. Bass et al., “Atmospheric absorption of sound: Further developments,” J. Acoust. Soc. Am. 97, pp.680-683, 1995.

## ■1群 - 10編 - 2章

## 2-5 ソノケミストリー

(執筆者： 香田 忍) [2009年3月 受領]

20kHz から数 MHz の周波数の強力な超音波を液体や溶液に照射すると、微小気泡の発生すなわちキャビテーションが起きる。ソノケミストリーは超音波により液中に発生した微小気泡に由来する化学的作用や物理的作用を利用した化学のことを指す。超音波キャビテーションに伴い発生した気泡は成長しある大きさに達すると熱力学的に不安定となり、急激に収縮崩壊する。このとき生ずる衝撃波や強力な流体力学的なずり応力などが物理的作用として働き、洗浄、攪拌作用を示す。一方、気泡の収縮過程を気泡の界面で熱の出入りがほとんどない準断熱圧縮過程とすると、気泡の内部は高温・高圧となる<sup>1,2)</sup>。水中で成長した数十ミクロン程度の微小気泡の半径が瞬時に 1/10 に減少すれば、気泡の内部は約 5000K、1000 気圧以上になる。超音波キャビテーションに伴い生成する高温・高圧の局所場はホット・スポットと呼ばれ超音波による化学的作用の源になっている。

常温かつ常圧雰囲気にある水あるいは水溶液中に発生したホット・スポットでは、その内部に蒸発した水分子は熱分解し、 $\cdot\text{H}$  や  $\text{OH}\cdot$  ラジカルとなる。一方、空気で飽和した水に超音波を照射すると、気泡内に酸素や窒素分子が存在するため、これらの分子から  $\text{O}\cdot$  や  $\text{N}\cdot$  ラジカルも生成する。揮発性化合物も気泡内部で容易に分解し有機ラジカル ( $\text{R}\cdot$ ) となる。蒸気圧の低い疎水性化合物などは気泡の近傍に集まりやすくラジカルの影響を受ける。これらの様子を図 2・13 に示す。生成したラジカルは一定の割合で再結合し元の分子に戻るが、一部のラジカルは別のラジカルや分子と反応し様々な化学種を形成する。空気で飽和した水から硝酸、亜硝酸、過酸化水素などが生成する。

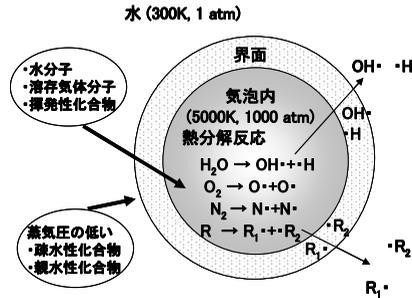


図 2・13 ホット・スポット

超音波キャビテーションに伴い液中に多数発生した気泡から微弱な発光 (多泡性ソノルミネッセンス, MBSL) が観測され、発光強度は液体や溶解気体によって異なる<sup>3)</sup>。また、ソノケミカルミネッセンスはホット・スポット内で生成したラジカルの酸化反応を利用した水溶液中のルミノールなどの化学物質に由来する発光である。一個の微小気泡を水中に捕捉し、音圧振幅を徐々に上げていくと適当な音圧範囲で音圧や気泡サイズの変化に同期し発光す

る<sup>4)</sup>(単一気泡ソノルミネッセンス, SBSL). Ar を含む硫酸中で SBSL の発光強度は水の 2,700 倍となり, 制動輻射理論により気泡内部の温度は 10000 K 以上であると見積もられる<sup>5)</sup>.

超音波キャビテーションに由来する物理的作用や化学的作用の強さは, 超音波周波数, 超音波強度だけでなく使用する溶液の物理化学的性質や超音波照射方法, 容器の形状や大きさなどの要因により変化する. 超音波キャビテーションによるずり応力が引き金となる高分子の切断に関する研究から物理的作用は低周波が効果的である. 一方, 化学的作用は, OH ラジカルの直接定量やラジカルによる酸化反応により評価される. 図 2・14 に示すようにヨウ化カリウム水溶液中に超音波を照射したときに生成する  $I_3^-$  の濃度から得られるソノケミカル効率 (超音波エネルギー密度当たりの  $I_3^-$  生成量) は 200~600 kHz の領域で最大となる<sup>6)</sup>.

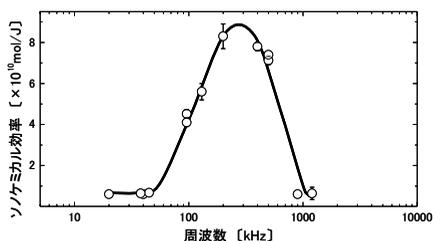


図 2・14 超音波の化学作用の周波数依存性

表 2・1 にソノケミストリーの応用が期待される分野と使用目的の例を示す<sup>7,8)</sup>. 有機化学では, 触媒調整, 反応の促進や収率の向上などに有効である. Friedel-Crafts 反応のようにイオンの反応とラジカルの反応が共存する場合には, 超音波照射下ではラジカルの反応が選択的に進行する. また, 金, 銀, 金属酸化物ナノ粒子は超音波照射下で容易に合成され, 攪拌条件に比べ単分散性の高い粒子が得られる. 更に, 超音波分解法は常温で薬品を使用することなく多くの有害汚染物質を無害化するためグリーンケミストリーの観点からも注目される手法である. 化学工学分野では, 蒸留, 分離などの各種単位操作への応用が可能であるが, スケールアップにより超音波の効果が変化するため使用周波数, 強度だけでなく液量を考慮した反応装置の最適化・効率化が必要である.

表 2・1 ソノケミストリーの応用分野の例

分野	目的
・有機化学	反応の促進, 収率の向上, 反応の選択性
・無機化学	触媒調整及び活性化, ナノ粒子合成
・高分子化学	エマルジョン重合, 分子量低下
・化学工学	洗浄, 霧化, 蒸留, 抽出, 分離, 乳化
・エネルギー工学	重油, 軽油の改質, 燃焼効率の向上 バイオジーゼルの合成
・環境工学	有害汚染物質の分解, 無害化, スラッジ処理
・医学	治療, 殺菌

## ■引用文献

- 1) K.S. Suslick (ed.), "Ultrasound its chemical, physical, and biological effects," VCH Publishers, Inc., New York, 1988.
- 2) 野村浩康, 川泉文男, 香田 忍, "液体および溶液の音波物性," 名古屋大学出版会, 第 10 章, pp.247-270, 1994.
- 3) F.R. Young, "Sonoluminescence," CRC Press, Newlands, 2005.
- 4) D.P. Gaitan, L.A. Crum, C.C. Church, and R.A. Roy, "Sonoluminescence and bubble dynamics for a single, stable, cavitation Bubble," J. Acoust. Soc. Am., vol.91, no.6, pp.3166-3182, June 1992.
- 5) S.D. Hopkins, S.J. Putterman, B.A. Kappus, K.S. Suslick and C.G. Camara, "Dynamics of a sonoluminescing bubble in sulfuric acid," Phys. Rev. Lett., vol.95, pp.254301-254304, Dec. 2005.
- 6) S. Koda, T. Kimura, T. Kondo and H. Mitome, "A standard method to calibrate sonochemical efficiency of an individual reaction system," Ultrason. Sonochem, vol.10, no.3, pp.149-156, May 2003.
- 7) S.V. Ley and C.M.R. Low (訳: 岩崎成男, 小川祐司), "超音波有機合成," シュプリンガー・フェラーク, 1991.
- 8) 香田 忍, "キャビテーションの化学的な応用: ソノケミストリー," 電子情報通信学会論文誌 A, vol.J89-A, no.9, pp.706-715, Sept. 2006.