

## 4 群 (モバイル・無線) - 1 編 (無線通信基礎)

# 7 章 MIMO 伝送

(執筆: 府川和彦) [2009 年 4 月 受領]

### 概要

MIMO (Multiple Input Multiple Output) 伝送とは、複数の送受信アンテナを用いて信号を空間多重伝送する技術である。無線伝搬路がアンテナ間で独立に変動するレイリーフェージングの場合、MIMO の通信路容量は、周波数帯域と送信電力が一定の条件でアンテナ数 (= 送信アンテナ数 = 受信アンテナ数) に比例して増加する。すなわち、周波数帯域と送信電力を増やさずに、ビットレートをアンテナ数に比例して増やすことができる。このため、MIMO は高速伝送技術として注目され、無線 LAN の規格である IEEE802.11n や次世代携帯電話方式への導入が検討されている。

MIMO 伝送の技術は、大まかに送信側と受信側に分けることができる。送信側の技術は、送信側で伝送路情報が既知の場合と未知の場合に分類される。前者の例として、伝送路情報を基に送信信号に線形操作を施すプリコーディングがある。固有モード伝送はプリコーディングの一種であり、互いに直交する空間チャンネルを形成することができ、各空間チャンネルへ配分する送信電力を最適に制御すると、通信路容量を最大化することができる。後者の例としては、時空間符号がある。アラモウチ (Alamouti) が提案した STBC (Space Time Block Code) は時空間符号として有名であり、受信アンテナ数が 1 の場合でも送信ダイバーシチによりダイバーシチ効果が得られる。受信側の重要な技術として、複数の送信ストリームを分離抽出する信号検出があげられる。これはマルチユーザ検出と等価な技術である。最適信号検出は最尤推定に基づく最尤検出であるが、送信アンテナ数や変調信号の多値数が多くなると演算量が膨大になり、低演算量かつ誤り率特性の劣化が少ない信号検出アルゴリズムが望まれる。

### 【本章の構成】

本章の構成は、まず 7-1 節において、MIMO の評価基準として重要な通信路容量について説明する。次に 7-2 節において、伝送路情報が未知の場合における MIMO 送信技術として、時空間符号の解説を行い、7-3 節において、伝送路情報が既知の場合における MIMO 送信技術として、マルチユーザ MIMO 環境におけるプリコーディング技術を各種説明する。最後に 7-4 節において、プリコーディングの一種である固有モード伝送について解説を行う。なお、MIMO の信号検出はマルチユーザ検出と等価であり、第 8 章 8-5 「マルチユーザ検出」の節で詳述するので、本章では説明を割愛する。

## 4 群 - 1 編 - 7 章

## 7-1 通信路容量

(執筆: 府川和彦) [2009 年 4 月受領]

## 7-1-1 MIMO 伝送系の信号モデル

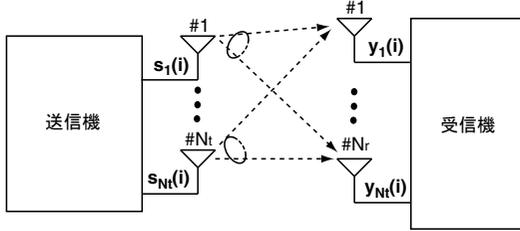


図 7-1 MIMO 伝送系

図 7-1 に示す、送信アンテナ数が  $N_t$ 、受信アンテナ数が  $N_r$  の MIMO 伝送系を考える。まず、デジタル変調のシンボル周期を  $T$  とする。離散時刻  $iT$  において、第  $k$  ( $1 \leq k \leq N_t$ ) 送信アンテナから送信する信号を  $s_k(i)$ 、第  $l$  ( $1 \leq l \leq N_r$ ) 受信アンテナと第  $k$  送信アンテナ間の伝搬路は準静的レイリーフェージングとし、そのインパルス応答を  $h_{lk}$  とすると、第  $l$  ブランチの受信信号  $y_l(i)$  は

$$y_l(i) = \sum_{k=1}^{N_t} h_{lk} s_k(i) + n_l(i) \quad (7-1)$$

と表すことができる。ここで、 $n_l(i)$  は第  $l$  ブランチの雑音と干渉成分の和である。更に、受信信号を以下のように  $N_r$  次元受信信号ベクトル  $\mathbf{Y}(i)$  で表す。

$$\mathbf{Y}^H(i) = [y_1^*(i) \ y_2^*(i) \ \cdots \ y_{N_r}^*(i)] \quad (7-2)$$

ただし、 $^H$  は複素共役転置、 $^*$  は複素共役である。 $\mathbf{Y}(i)$  は式 (7-1) から

$$\mathbf{Y}(i) = \mathbf{H}\mathbf{S}(i) + \mathbf{n}(i) \quad (7-3)$$

と表すことができる。ここで、 $\mathbf{H}$  は  $h_{lk}$  を要素とする  $N_r \times N_t$  インパルス応答行列であり

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \cdots \ \mathbf{h}_{N_t}] \quad (7-4)$$

$$\mathbf{h}_k^H = [h_{1k}^* \ h_{2k}^* \ \cdots \ h_{N_r k}^*] \quad (7-5)$$

である。また、 $\mathbf{S}(i)$  と  $\mathbf{n}(i)$  はそれぞれ、以下で定める  $N_t$  次元送信信号ベクトル及び  $N_r$  次元雑音干渉ベクトルである。

$$\mathbf{S}^H(i) = [s_1^*(i) \ s_2^*(i) \ \cdots \ s_{N_t}^*(i)] \quad (7-6)$$

$$\mathbf{n}^H(i) = [n_1^*(i) \ n_2^*(i) \ \cdots \ n_{N_r}^*(i)] \quad (7-7)$$

ここで  $\mathbf{S}(i)$  の平均値を  $N_f$  次元零ベクトル  $\mathbf{0}_{N_f}$  と仮定し、その自己相関行列は  $\mathbf{R}_s = \langle \mathbf{S}(i)\mathbf{S}^H(i) \rangle$  と定める。なお、 $\langle \rangle$  はアンサンブル平均を表す。また、 $\mathbf{n}(i)$  は平均値  $\mathbf{0}_{N_r}$  の複素ガウス過程であり、その自己相関行列は  $\mathbf{R}_n = \langle \mathbf{n}(i)\mathbf{n}^H(i) \rangle$  と定める。このとき、 $\mathbf{Y}(i)$  の平均値は  $\mathbf{0}_{N_r}$  となり、その自己相関行列  $\mathbf{R}_y$  は式 (7.3) から

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= \langle \mathbf{Y}(i)\mathbf{Y}^H(i) \rangle \\ &= \mathbf{H}\langle \mathbf{S}(i)\mathbf{S}^H(i) \rangle\mathbf{H}^H + \langle \mathbf{n}(i)\mathbf{n}^H(i) \rangle \\ &= \mathbf{H}\mathbf{R}_s\mathbf{H}^H + \mathbf{R}_n \end{aligned} \quad (7.8)$$

と求まる。なお導出には、 $\mathbf{S}(i)$  と  $\mathbf{n}(i)$  が統計的に独立という性質を用いた。

### 7-1-2 相互情報量と通信路容量

相互情報量は通信路を介して伝送される情報量とみなすことができ、上記の MIMO 伝送の場合、相互情報量  $I[\mathbf{S}(i), \mathbf{Y}(i)]$  は定義から

$$I[\mathbf{S}(i), \mathbf{Y}(i)] = \int dY \int dS p_{ys}[\mathbf{Y}(i), \mathbf{S}(i)] \log_2 \left\{ \frac{p_{ys}[\mathbf{Y}(i), \mathbf{S}(i)]}{p_y[\mathbf{Y}(i)]p_s[\mathbf{S}(i)]} \right\} \quad (7.9)$$

となる<sup>1)</sup>。ここで、 $p_{ys}[\mathbf{Y}(i), \mathbf{S}(i)]$  は  $\mathbf{Y}(i)$  と  $\mathbf{S}(i)$  の結合確率密度関数、 $p_y[\mathbf{Y}(i)]$  と  $p_s[\mathbf{S}(i)]$  はそれぞれ、 $\mathbf{Y}(i)$  と  $\mathbf{S}(i)$  の確率密度関数である。

通信路容量は伝送路で送れる最大の情報量であり、相互情報量  $I[\mathbf{S}(i), \mathbf{Y}(i)]$  の最大値である。式 (7.9) の中で変更可能な確率密度関数は、 $\mathbf{S}(i)$  の確率密度関数  $p_s[\mathbf{S}(i)]$  だけなので、MIMO 伝送の通信路容量  $C$  は

$$C = \max_{p_s[\mathbf{S}(i)]} I[\mathbf{S}(i), \mathbf{Y}(i)] \quad (7.10)$$

と表すことができる。なお、通信路符号化定理によれば、この通信路容量より低い伝送速度であれば、適当な符号化を行うことにより、任意の小さい誤り率で伝送することができる<sup>1)</sup>。したがって、通信路容量は誤りなしで送れる伝送速度の上界とみなすことができる。ただし、この通信路容量は単位周波数当たりの伝送速度であり、周波数帯域が  $W$  [Hz] の場合、誤りなしで送れるビットレートの上界は  $WC$  となる。

式 (7.10) の通信路容量  $C$  を以下、具体的に求める。まず、式 (7.9) を変形すると

$$\begin{aligned} I[\mathbf{S}(i), \mathbf{Y}(i)] &= - \int dY p_y[\mathbf{Y}(i)] \log_2 p_y[\mathbf{Y}(i)] \\ &+ \int dS p_s[\mathbf{S}(i)] \int dY p_{ys}[\mathbf{Y}(i)|\mathbf{S}(i)] \log_2 p_{ys}[\mathbf{Y}(i)|\mathbf{S}(i)] \end{aligned} \quad (7.11)$$

となる。ここで、 $p_{ys}[\mathbf{Y}(i)|\mathbf{S}(i)]$  は  $\mathbf{S}(i)$  が与えられたときの  $\mathbf{Y}(i)$  の条件付き確率密度関数である。  $p_{ys}[\mathbf{Y}(i)|\mathbf{S}(i)]$  は、 $\mathbf{n}(i)$  が複素ガウス過程に従うので、式 (7.3) から

$$p_{ys}[\mathbf{Y}(i)|\mathbf{S}(i)] = \frac{1}{\pi^{N_r} \det \mathbf{R}_n} \exp \left\{ -[\mathbf{Y}(i) - \mathbf{H}\mathbf{S}(i)]^H \mathbf{R}_n^{-1} [\mathbf{Y}(i) - \mathbf{H}\mathbf{S}(i)] \right\} \quad (7.12)$$

となる。ただし、 $\det(\cdot)$  は行列式を表す。したがって、式 (7・11) の右辺第二項は

$$\begin{aligned} & \int dS p_s[\mathbf{S}(i)] \int dY p_{ys}[\mathbf{Y}(i)|\mathbf{S}(i)] \log_2 p_{ys}[\mathbf{Y}(i)|\mathbf{S}(i)] \\ &= \int dS p_s[\mathbf{S}(i)] \left\{ -\log_2(\pi^{N_r} \det \mathbf{R}_n) - \frac{1}{\log 2} \text{tr} \left\langle [\mathbf{Y}(i) - \mathbf{H}\mathbf{S}(i)][\mathbf{Y}(i) - \mathbf{H}\mathbf{S}(i)]^H \mathbf{R}_n^{-1} \right\rangle \right\} \\ &= -\log_2(\pi^{N_r} \det \mathbf{R}_n) - \frac{N_r}{\log 2} \end{aligned} \quad (7 \cdot 13)$$

となり、 $p_s[\mathbf{S}(i)]$  に関係なく一定値となる。ただし、 $\text{tr}(\cdot)$  はトレースを表す。

式 (7・11) の右辺第一項は  $\mathbf{Y}(i)$  のエントロピーであり、最大エントロピー定理から、 $\mathbf{Y}(i)$  が複素ガウス過程のとき最大となる。すなわち  $p_y[\mathbf{Y}(i)]$  が

$$p_y[\mathbf{Y}(i)] = \frac{1}{\pi^{N_r} \det \mathbf{R}_y} \exp \left[ -\mathbf{Y}(i)^H \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{Y}(i) \right] \quad (7 \cdot 14)$$

と表されるときで、 $\mathbf{S}(i)$  が複素ガウス過程であれば必ず、 $\mathbf{Y}(i)$  は複素ガウス過程となる。

式 (7・11) の右辺第一項の最大値は、式 (7・13) と同様の計算により

$$-\int dY p_y[\mathbf{Y}(i)] \log_2 p_y[\mathbf{Y}(i)] = \log_2(\pi^{N_r} \det \mathbf{R}_y) + \frac{N_r}{\log 2} \quad (7 \cdot 15)$$

となる。結局、上式、式 (7・13)、及び式 (7・10) から、MIMO 伝送の通信路容量  $C$  は

$$C = \log_2 \det(\mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{R}_y) = \log_2 \det(\mathbf{I}_{N_r} + \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{H} \mathbf{R}_s \mathbf{H}^H) \quad (7 \cdot 16)$$

と表すことができる。なお導出に式 (7・8) を用い、 $\mathbf{I}_{N_r}$  は  $N_r \times N_r$  の単位行列である。

干渉がなく、無相関送信信号の場合の通信路容量

送信信号  $s_k(i)$  が送信アンテナ間で互いに独立であり、 $\mathbf{S}(i)$  の自己相関関数  $\mathbf{R}_s$  を

$$\mathbf{R}_s = \frac{P_t}{N_t} \mathbf{I}_{N_t} \quad (7 \cdot 17)$$

と仮定する。ただし、 $P_t$  は平均送信電力である。また、 $\mathbf{n}(i)$  は干渉成分を含まず、白色雑音のみを含むとすると

$$\mathbf{R}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_r} \quad (7 \cdot 18)$$

となる。ただし、 $\sigma_n^2$  は平均雑音電力である。このとき、式 (7・16) の通信路容量  $C$  は

$$C = \log_2 \det \left( \mathbf{I}_{N_r} + \frac{P_t}{N_t \sigma_n^2} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \quad (7 \cdot 19)$$

となる。

行列  $\mathbf{H} \mathbf{H}^H$  は  $N_r \times N_r$  のエルミート行列で半正定値である。この行列のランクを  $Q$  とすると、 $Q \leq \min(N_t, N_r)$  が成り立つ。したがって、 $\mathbf{H} \mathbf{H}^H$  は  $N_r \times N_r$  のユニタリ行列  $\mathbf{U}$  で対角化でき

$$\mathbf{H}\mathbf{H}^H = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{U}^H \quad (7\cdot20)$$

$$\mathbf{D} = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_Q, 0, \dots, 0] \quad (7\cdot21)$$

と表すことができる。ただし、 $\mathbf{D}$  は  $N_r \times N_r$  の対角行列であり、 $\text{diag}[\ ]$  は引数を対角要素とする対角行列である。また、 $\lambda_q$  ( $1 \leq q \leq Q$ ) は  $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  の正の固有値を表す。

式 (7·20) を式 (7·19) に代入して変形すると

$$\begin{aligned} C &= \log_2 \det \left[ \mathbf{U} \left( \mathbf{I}_{N_r} + \frac{P_t}{N_t \sigma_n^2} \mathbf{D} \right) \mathbf{U}^H \right] \\ &= \log_2 \det \left( \mathbf{I}_{N_r} + \frac{P_t}{N_t \sigma_n^2} \mathbf{D} \right) \\ &= \log_2 \prod_{q=1}^Q \left( 1 + \frac{P_t \lambda_q}{N_t \sigma_n^2} \right) \\ &= \sum_{q=1}^Q \log_2 \left( 1 + \frac{P_t \lambda_q}{N_t \sigma_n^2} \right) \end{aligned} \quad (7\cdot22)$$

となる。したがって、MIMO 伝送路は  $Q$  個の直交する通信チャネルと等価であり、第  $q$  チャネルの SNR は  $\frac{P_t \lambda_q}{N_t \sigma_n^2}$  となる。

$N_t = N_r = N$  とし、 $\mathbf{H}$  の要素が互いに独立な複素ガウス分布で、その平均値は 0、分散は 1 とする。このとき、 $\mathbf{H}$  で平均化した通信路容量  $\langle C \rangle$  は、送信電力一定 ( $P_t$  一定) の条件で、アンテナ数  $N$  に比例して増加することが知られている<sup>2,3)</sup>。すなわち、周波数帯域  $W$  を広げずにアンテナ数を増やすだけで通信路容量  $W\langle C \rangle$  を増やすことができる。

#### 参考文献

- 1) 今井秀樹, “情報理論,” 6 章, 昭晃堂, 2000.
- 2) G.J. Foschini, “Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas”, *Bell Labs Technical Journal*, vol.1, no.2, pp.41-59, 1996.
- 3) G.J. Foschini and M.J. Gans, “On limits of wireless communications in a fading environment when using multi-element antennas,” *Wireless Personal Communications*, vol.6, no.3, pp.311-335, 1998.

## 4 群 - 1 編 - 7 章

## 7-2 時空間符号

(執筆者: 大槻知明)[2009 年 8 月受領]

時空間符号 (STC: Space-Time Code) は, 時空間領域で信号を事前処理 (正負の反転, 並び替え, 複素共役など) して送信することにより, 受信機において簡単な演算で空間あるいは時空間ダイバーシチを得る技術である. STC には, ダイバーシチ利得を目的とする時空間ブロック符号 (STBC: Space-Time Block Code) と, ダイバーシチ利得と符号化利得の両方を目的とする時空間トレリス符号 (STTC: Space-Time Trellis Code) の 2 種類がある. STC のうち, 送信アンテナ数が 2 の場合の STBC が, W-CDMA の送信ダイバーシチとして既に標準化されている.

## 7-2-1 時空間ブロック符号 (STBC)

時空間ブロック符号 (STBC) は, 最大のダイバーシチ利得 (フルダイバーシチ) とできるだけ高いスループットを, 低複雑度の復号法で得ることを目的としている. 符号という名前が付くものの, 一般には符号化利得を目的としたものではなく, 多送信アンテナに対する変調と見ることができる. 送信アンテナが  $N = 2$  本の場合にフルダイバーシチを達成する手法として, アラムOUCHI は STBC<sup>1)</sup> を提案した. アラムOUCHI の STBC では, 2 シンボルを 2 本のアンテナから, 2 シンボル時間にわたって送信する. 2 シンボル  $X_1, X_2$  を送信する場合, まずアンテナ 1, 2 から  $X_1, X_2$  を, 1 番目のシンボル時間にそれぞれ送信する. 続くシンボル時間では, アンテナ 1 から  $-X_2^*$  を, アンテナ 2 から  $X_1^*$  をそれぞれ送信する. アラムOUCHI の STBC は, 1 シンボル時間当たり 1 シンボルを送信する. これは, フルダイバーシチを達成する符号の最大送信可能シンボル数であり, フルレートと呼ばれる. アラムOUCHI の STBC は, 受信アンテナ数が  $M$  であるとき, ダイバーシチ次数  $2M$  を与える.

次に, 受信アンテナ数  $M = 1$  本の場合の受信機での処理を考える. 送信アンテナ 1, 2 から受信アンテナまでの通信路応答を, それぞれ  $H_1, H_2$  とし, STBC のブロックサイズ 2 シンボル時間にわたって, それぞれ一定であるとする. 2 シンボル時間での受信信号を  $Y_1, Y_2$  とする. アラムOUCHI の STBC は, 受信信号に対して以下の簡単な線形演算を行うことにより, 各送信アンテナからの信号を分離し, 最尤検出する.

$$\tilde{X}_1 = H_1^* Y_1 + H_2 Y_2^* \quad (7\cdot23)$$

$$\tilde{X}_2 = H_2^* Y_1 - H_1 Y_2^* \quad (7\cdot24)$$

なお, アラムOUCHI の STBC では, 送信機では通信路情報を用いないため, 送信電力は送信アンテナ間で等分される. そのため, 総送信電力が一定の場合, 送信アンテナ数  $N = 1$ , 受信アンテナ数  $M = 2$  のシステムで MRC を用いる場合と比較すると, 3 dB 劣化する.

そのほかの STBC として, STBC の送信アンテナ数  $N > 2$  への拡張が, Tarokh ら<sup>3)</sup> や Ganesan<sup>4,5)</sup> により検討されている. また, 例えば PAM の様な実数信号点配置をもつ変調方式に対して, フルレートの STBC が設計されている<sup>3)</sup>. しかし, アラムOUCHI の STBC のように直交性を満たす仮想通信路行列 (伝送路行列), すなわち直交設計を満たす正方形行列は, 実数信号点配置からなる変調方式に対しては, 送信アンテナ数が  $N = 2, 4, 8$  のときのみにし

が存在しない<sup>3)</sup>。送信アンテナ数  $N > 2$  に対する一般化複素伝送行列，すなわち一般化複素 STBC のレートは， $1/2 \leq R \leq 3/4$  である。つまり，レートを下げることで，フルダイバーシチを達成している。

一方，ダイバーシチ次数を下げることでフルレートを達成する STBC が Jafarkhani により提案されている<sup>6)</sup>。この STBC は，準直交 STBC と呼ばれる。Jafarkhani により提案された準直交 STBC は，フルダイバーシチではなく部分ダイバーシチ (partial diversity) であるものの，フルレートである。また，復号は，単一のシンボルに対してでなく，シンボル対に対する最尤 (ML) 検出となるため，複雑度は増してしまう。

## 7-2-2 時空間トレリス符号 (STTC)

時空間トレリス符号 (STTC) は，複数のアンテナから送信される信号間に時間的空間的相関を付加し，ダイバーシチ利得と符号化利得の両方を得ることを目的としている。送信アンテナ数  $N$ ，受信アンテナ数  $M$  の STTC システムを考える。QPSK, 4 状態 STTC の場合，時刻  $t$  で，情報ビット  $\mathbf{U}_t = (\mathbf{U}_{t,1}, \mathbf{U}_{t,2})$  が時空間トレリス符号器に入力され，生成行列  $G$  の各行成分との積の和に modulo 4 をとったシンボル  $(X_{t,1}, \dots, X_{t,N})$  が符号器出力となる。 $N$  個の出力符号語は，QPSK 変調後，各送信アンテナから同時に送信される。

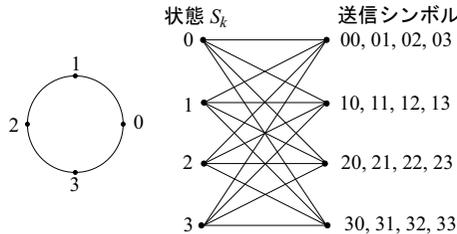


図 7-2 QPSK, 4 状態 STTC<sup>2)</sup>状態遷移図

図 7-2 に QPSK の信号配置及び参考文献 2) で報告されている QPSK, 4 状態 STTC のトレリス遷移図をそれぞれ示す。ここで QPSK, 4 状態 STTC<sup>2)</sup>の生成行列  $G$  は，次式で与えられる。

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (7-25)$$

トレリス状態遷移図において，右側の送信シンボルは，状態  $S_k$  からそれぞれ入力 0, 1, 2, 3 に対応する出力を表す。ここで，出力 2 シンボルのうち，左側のシンボルを第 1 送信アンテナから，右側のシンボルを第 2 送信アンテナから，それぞれ送信する。受信機では，このトレリス状態遷移図に基づき復号する。

## 参考文献

- 1) S. Alamouti, "Space block coding: A simple transmitter diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Select. Areas. Commun.*, vol.16, no.5, pp.1451-1458, Oct. 1998.
- 2) V. Tarokh, N. Seshadri, and A.R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criterion and code construction," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.44, pp.744-765, March 1998.
- 3) V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A.R. Calderbank, "Space-time block codes from orthogonal designs," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.45, no.4, pp.1456-1467, July 1999.
- 4) G. Ganesan and P. Stoica, "Space-time diversity using orthogonal and amicable orthogonal designs," *Wireless Personal Commun.*, vol.18, pp.165-178, Aug. 2001.
- 5) G. Ganesan and P. Stoica, "Space-time block codes: A maximum SNR approach," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.47, no.4, pp.1650-1656, May 2001.
- 6) H. Jafarkhani, "A quasi-orthogonal space-time block code," *IEEE Trans. Commun.*, vol.49, no.1, pp.1-4, Jan. 2001.

## 4 群 - 1 編 - 7 章

## 7-3 マルチユーザ MIMO

(執筆者：府川和彦)[2009 年 5 月受領]

この節では、複数のユーザ端末が通信チャネルを共有するマルチユーザ MIMO について、下り回線における基地局のプリコーディング技術を解説する。

## 7-3-1 信号モデル

ユーザ端末数が  $M$ 、基地局数が 1 の下り回線を考える。第  $m$  ( $1 \leq m \leq M$ ) 端末の受信アンテナ数を  $N_{rm}$ 、基地局の送信アンテナ数を  $N_t$  とする。したがって、総受信アンテナ数  $N_r$  は  $N_r = \sum_{m=1}^M N_{rm}$  となる。伝搬路は準静的レイリーフェージングとし、そのインパルス応答は基地局で既知とする。

第  $m$  端末における離散時刻  $iT$  の受信信号を、式 (7.2) と同様に  $N_{rm}$  次元受信信号ベクトル  $\mathbf{Y}_m(i)$  で表すと

$$\mathbf{Y}_m(i) = \mathbf{H}_m \mathbf{S}(i) + \mathbf{n}_m(i) \quad (7.26)$$

となる。ただし、 $\mathbf{H}_m$  と  $\mathbf{n}_m(i)$  はそれぞれ、 $N_{rm} \times N_t$  インパルス応答行列及び  $N_{rm}$  次元雑音ベクトルである。

$\mathbf{S}(i)$  は式 (7.6) で定義した  $N_t$  次元送信信号ベクトルであり

$$\mathbf{S}(i) = \sum_{m=1}^M \mathbf{F}_m \mathbf{d}_m(i) \quad (7.27)$$

と定める。ただし、 $\mathbf{d}_m(i)$  は、第  $m$  端末への送信信号を要素とする  $p_m$  次元ベクトルであり、 $p_m$  ( $1 \leq p_m \leq N_{rm}$ ) は第  $m$  端末への送信ストリーム数を表す。 $\mathbf{F}_m$  は、 $\mathbf{d}_m(i)$  のための送信重み付け係数を要素とする  $N_t \times p_m$  送信重み付け係数行列である。

式 (7.27) の  $\mathbf{S}(i)$  は更に

$$\mathbf{S}(i) = \mathbf{F} \mathbf{d}(i) \quad (7.28)$$

$$\mathbf{F} = [\mathbf{F}_1 \ \mathbf{F}_2 \ \cdots \ \mathbf{F}_M] \quad (7.29)$$

$$\mathbf{d}^H(i) = [\mathbf{d}_1^H(i) \ \mathbf{d}_2^H(i) \ \cdots \ \mathbf{d}_M^H(i)] \quad (7.30)$$

と表すことができる。ここで、 $\mathbf{F}$  と  $\mathbf{d}(i)$  はそれぞれ、式 (7.29) と式 (7.30) で定める  $N_t \times P$  送信重み付け係数行列と  $P$  次元送信信号ベクトルである。ただし、 $P = \sum_{m=1}^M p_m$  である。

式 (7.26) の  $\mathbf{Y}_m(i)$  は、 $N_r$  次元受信信号ベクトル  $\mathbf{Y}(i)$  を

$$\mathbf{Y}^H(i) = [\mathbf{Y}_1^H(i) \ \mathbf{Y}_2^H(i) \ \cdots \ \mathbf{Y}_M^H(i)] \quad (7.31)$$

と定めると

$$\mathbf{Y}(i) = \mathbf{H} \mathbf{S}(i) + \mathbf{n}(i) \quad (7.32)$$

と表すことができる。ただし、 $\mathbf{H}$  と  $\mathbf{n}(i)$  はそれぞれ、次式で定める  $N_r \times N_t$  インパルス応答行列及び  $N_r$  次元雑音ベクトルである。

$$\mathbf{H}^H = [\mathbf{H}_1^H \mathbf{H}_2^H \cdots \mathbf{H}_M^H] \quad (7\cdot33)$$

$$\mathbf{n}^H(i) = [\mathbf{n}_1^H(i) \mathbf{n}_2^H(i) \cdots \mathbf{n}_M^H(i)] \quad (7\cdot34)$$

以下では  $P \leq N_t$  とし、式 (7\cdot29) の送信重み付け係数行列  $\mathbf{F}$  をどのように設定するのか、具体的に述べる。

### 7-3-2 単一アンテナ受信

ここでは、すべての端末の受信アンテナ数が 1 の場合を考える。すなわち、すべての  $m$  について  $N_{rm} = 1$  で  $p_m = 1$  となり、 $P = N_r$  となる。したがって、 $N_r \leq N_t$  を満足する。

#### (1) Channel Inversion<sup>1)</sup>

$\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  は  $N_r \times N_r$  のエルミート行列であり、正則行列と仮定する。このとき、各端末の受信端で干渉が 0 になるためには、 $\mathbf{F}$  をインパルス応答行列  $\mathbf{H}$  の一般逆行列  $\mathbf{H}^H(\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1}$  に比例するよう設定すればよい。したがって

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\sqrt{\xi}} \mathbf{H}^H (\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} \quad (7\cdot35)$$

$$\mathbf{S}(i) = \frac{1}{\sqrt{\xi}} \mathbf{H}^H (\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} \mathbf{d}(i) \quad (7\cdot36)$$

とする。ここで、 $\xi$  は正の実数であり、送信電力一定の条件  $\langle \mathbf{S}^H(i)\mathbf{S}(i) \rangle = P_t$  を満足するため

$$\xi = \frac{1}{P_t} \mathbf{d}^H(i) (\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} \mathbf{d}(i) \quad (7\cdot37)$$

と定める。

このとき、式 (7\cdot32) に式 (7\cdot36) を代入すると

$$\mathbf{Y}(i) = \frac{1}{\sqrt{\xi}} \mathbf{d}(i) + \mathbf{n}(i) \quad (7\cdot38)$$

となり、確かに各端末の受信端で干渉が 0 になる。しかしながら、 $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  が悪条件 (ill condition) の場合、式 (7\cdot37) から  $\xi$  の値が大きくなり、受信端での SNR が極端に小さくなるという問題がある。

この問題を解決するため、 $\mathbf{F}$  を以下のように設定する。

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\sqrt{\xi}} \mathbf{H}^H (\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \zeta \mathbf{I}_{N_r})^{-1} \quad (7\cdot39)$$

ただし、 $\zeta$  は正の実数で、 $\xi$  は送信電力一定の条件を満足するように定める。

このように  $\mathbf{F}$  を設定すると、受信端において干渉を 0 にできないが、 $\zeta = M/P_t$  とすると、受信端の SINR が近似的に最大となることが知られている<sup>2)</sup>。

## (2) Sphere Decoding

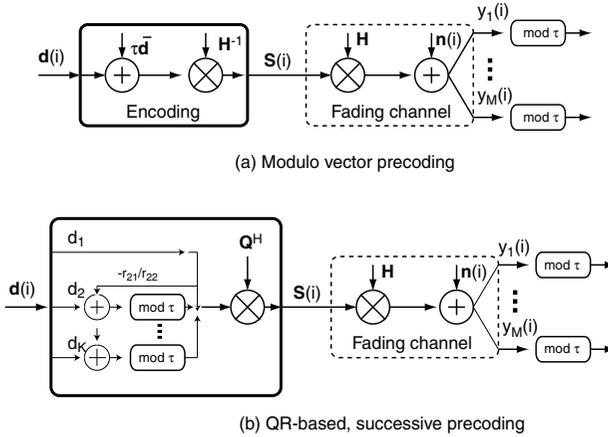


図 7.3 Sphere decoding

式 (7.35) の  $\mathbf{F}$  を用いると,  $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  が悪条件の場合に受信端の SNR が劣化する. modulo vector precoding<sup>3)</sup>はこの問題に対処できるプリコーディングの一種であり, その構成を図 7.3(a) に示す. まず,  $\mathbf{d}(i)$  に次式の  $\bar{\mathbf{d}}$  を加える.

$$\mathbf{d}(i) \rightarrow \mathbf{d}(i) + \tau\bar{\mathbf{d}} \quad (7.40)$$

$$\bar{\mathbf{d}} = \mathbf{a} + j\mathbf{b} \quad (7.41)$$

ただし,  $j$  は虚数単位,  $\tau$  は正の定数であり,  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  は整数を要素とする  $N_r$  次元ベクトルである. 式 (7.41) の  $\bar{\mathbf{d}}$  は,  $\xi$  がなるべく小さくなるように

$$\bar{\mathbf{d}} = \arg \min_{\mathbf{d}} [\mathbf{d}(i) + \tau\bar{\mathbf{d}}]^H (\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} [\mathbf{d}(i) + \tau\bar{\mathbf{d}}] \quad (7.42)$$

と設定する.

このとき, 式 (7.32) の受信信号は

$$\mathbf{Y}(i) = \frac{1}{\sqrt{\xi}} [\mathbf{d}(i) + \tau\bar{\mathbf{d}}] + \mathbf{n}(i) \quad (7.43)$$

となる. ここで,  $\mathbf{Y}(i)$  に modulo 演算を行い  $\tau/\sqrt{\xi}$  の整数倍を除去すれば, 簡単に  $\tau\bar{\mathbf{d}}/\sqrt{\xi}$  を除去できる. すなわち

$$f_{\tau}[\mathbf{Y}(i)] = \frac{1}{\sqrt{\xi}} \mathbf{d}(i) + \mathbf{n}(i) \quad (7.44)$$

となる. ここで,  $f_{\tau}[\cdot]$  は modulo 演算を表す.

なお,  $\tau$  は次式のように定める .

$$\tau = 2(d_{\max} + \Delta/2) \quad (7\cdot45)$$

ただし,  $d_{\max}$  は原点から最も遠い変調シンボルと原点との距離であり,  $\Delta$  は二つの変調シンボル間の最大距離である .

式 (7\cdot42) の  $\bar{\mathbf{d}}$  の探索は,  $N_r$  が大きくなるに伴い演算量が膨大になる .  $N_r = N_t$  の場合に, この探索を効率良く行うプリコーディングとして, QR-based successive precoding<sup>4)</sup>が知られており, その構成を図 7\cdot3(b) に示す . まず,  $\mathbf{H}$  を次式のように QR 分解する .

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}\mathbf{Q} \quad (7\cdot46)$$

ただし,  $\mathbf{R}$  は  $N_r \times N_r$  下三角行列,  $\mathbf{Q}$  は  $N_r \times N_r$  ユニタリ行列である .

次に,  $N_r$  次元ベクトル  $\tilde{\mathbf{S}}(i)$  を  $\mathbf{S}(i) = \mathbf{Q}^H \tilde{\mathbf{S}}(i)$  と定義し

$$\mathbf{H}\mathbf{S}(i) = \mathbf{R}\tilde{\mathbf{S}}(i) = \begin{pmatrix} r_{11}\tilde{s}_1 \\ r_{21}\tilde{s}_1 + r_{22}\tilde{s}_2 \\ \vdots \end{pmatrix} = \mathbf{D}\mathbf{d}(i) \quad (7\cdot47)$$

を満足するよう定める . ただし,  $r_{pq}$  は  $\mathbf{R}$  の  $(p, q)$  要素,  $\tilde{s}_p$  は  $\tilde{\mathbf{S}}(i)$  の第  $p$  要素である . また,  $\mathbf{D}$  は次式で定める  $N_r \times N_r$  の対角行列である .

$$\mathbf{D} = \text{diag}[r_{11} \ r_{22} \ \cdots \ r_{N_r N_r}] \quad (7\cdot48)$$

式 (7\cdot47) を満たす  $\tilde{\mathbf{S}}(i)$  の要素は, 以下のように逐次的に求めることができる .

$$\begin{aligned} \tilde{s}_1 &= d_1(i) \\ \tilde{s}_2 &= d_2(i) - \frac{r_{21}}{r_{22}} \tilde{s}_1 \\ \tilde{s}_3 &= d_3(i) - \frac{r_{31}}{r_{33}} \tilde{s}_1 - \frac{r_{32}}{r_{33}} \tilde{s}_2 \\ &\vdots \end{aligned}$$

ただし,  $d_p(i)$  は  $\mathbf{d}(i)$  の第  $p$  要素である . 上式から,  $\tilde{\mathbf{S}}(i)$  の要素の絶対値が大きくなる場合があるので, 絶対値の大きさを抑えるために modulo 演算を行う . すなわち

$$\begin{aligned} \tilde{s}_1 &= d_1(i) \\ \tilde{s}_2 &= f_\tau \left[ d_2(i) - \frac{r_{21}}{r_{22}} \tilde{s}_1 \right] = d_2(i) - \frac{r_{21}}{r_{22}} \tilde{s}_1 + \tau \bar{d}_2 \\ \tilde{s}_3 &= f_\tau \left[ d_3(i) - \frac{r_{31}}{r_{33}} \tilde{s}_1 - \frac{r_{32}}{r_{33}} \tilde{s}_2 \right] = d_3(i) - \frac{r_{31}}{r_{33}} \tilde{s}_1 - \frac{r_{32}}{r_{33}} \tilde{s}_2 + \tau \bar{d}_3 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (7\cdot49)$$

とする。ただし、 $\bar{d}_p$  は整数を実部と虚部にもつ複素数である。上式の操作は、あらかじめ希望信号から干渉成分を差し引き、絶対値の大きさを抑えるために modulo 演算を行っているので、DPC ( Dirty Paper Coding ) と等価である。

上述の操作により、式 (7.47) を満足する  $\tilde{\mathbf{S}}(i)$  は

$$\tilde{\mathbf{S}}(i) = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{D}[\mathbf{d}(i) + \tau \bar{\mathbf{d}}] \quad (7.50)$$

と表すことができる。ただし、 $\bar{\mathbf{d}}$  は  $\bar{d}_p$  を要素とする  $N_r$  次元ベクトルである。したがって、 $\mathbf{S}(i)$  は

$$\mathbf{S}(i) = \mathbf{Q}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{D}[\mathbf{d}(i) + \tau \bar{\mathbf{d}}] \quad (7.51)$$

となる。ここで  $\tau \bar{\mathbf{d}}$  は、式 (7.49) の modulo 演算により直接算出されるので、式 (7.42) のような探索を行う必要はなく、演算量を抑えることができる。

### 7-3-3 複数アンテナ受信

ここでは、すべての端末の受信アンテナ数が 2 以上の場合を考える。このとき、受信側では、複数の受信アンテナの受信信号を線形合成することで、干渉成分や希望波の他ストリームの信号を抑圧することができる。

#### (1) Channel Block Diagonalization <sup>5)</sup>

channel block diagonalization は、 $\mathbf{H}\mathbf{F}$  を次式のようにブロック対角化する。

$$\mathbf{H}\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \tilde{\mathbf{H}}_M \end{bmatrix} \quad (7.52)$$

ただし、 $\tilde{\mathbf{H}}_m$  は  $N_{rm} \times p_m$  行列であり、 $\mathbf{0}$  は零行列を表す。このようにブロック対角化すれば、他端末への与干渉を 0 にできる。

ブロック対角化する  $\mathbf{F}$  は、以下のように求める。まず、 $(N_r - N_{rm}) \times N_r$  行列の  $\tilde{\mathbf{H}}_m$  を次式のように定める。

$$\tilde{\mathbf{H}}_m = [\mathbf{H}_1^H \cdots \mathbf{H}_{m-1}^H \mathbf{H}_{m+1}^H \cdots \mathbf{H}_M^H]^H \quad (7.53)$$

この  $\tilde{\mathbf{H}}_m$  のランクを  $\tilde{Q}_m$  と定め、特異値分解して

$$\tilde{\mathbf{H}}_m = \tilde{\mathbf{U}}_m \tilde{\Sigma}_m [\tilde{\mathbf{V}}_m^1 \tilde{\mathbf{V}}_m^0]^H \quad (7.54)$$

と表す。ただし、 $\tilde{\mathbf{U}}_m$  は  $(N_r - N_{rm}) \times (N_r - N_{rm})$  ユニタリ行列、 $\tilde{\Sigma}_m$  は、 $\tilde{Q}_m$  個の正の特異値と 0 を対角要素としてもち、非対角要素が 0 となる  $(N_r - N_{rm}) \times N_r$  行列である。また、 $\tilde{\mathbf{V}}_m^1$  は、 $\tilde{Q}_m$  個の正の特異値に対応する  $N_r$  次元正規直交ベクトルを、列ベクトルとしてもつ  $N_r \times \tilde{Q}_m$  行列であり、 $\tilde{\mathbf{V}}_m^0$  は、0 の特異値に対応する  $N_r$  次元正規直交ベクトルを、列ベクトルとしてもつ  $N_r \times (N_r - \tilde{Q}_m)$  行列である。 $\tilde{\mathbf{V}}_m^0$  は  $\tilde{\mathbf{H}}_m$  の直交空間を形成しているので、 $\mathbf{H}_{m'}$  ( $m' \neq m$ )

と直交し，第  $m'$  端末に対して干渉を与えない．

更に， $N_{rm} \times (N_t - \tilde{Q}_m)$  行列の  $\mathbf{H}_m \tilde{\mathbf{V}}_m^0$  のランクを  $Q_m$  と定め，特異値分解して

$$\mathbf{H}_m \tilde{\mathbf{V}}_m^0 = \mathbf{U}_m \Sigma_m [\mathbf{V}_m^1 \mathbf{V}_m^0]^H \quad (7.55)$$

と表す．ただし， $\mathbf{U}_m$  は  $N_{rm} \times N_{rm}$  ユニタリ行列， $\Sigma_m$  は， $Q_m$  個の正の特異値と 0 を対角要素としてもち，非対角要素が 0 となる  $N_{rm} \times (N_t - \tilde{Q}_m)$  行列である．また， $\mathbf{V}_m^1$  は， $Q_m$  個の正の特異値に対応する  $(N_t - \tilde{Q}_m)$  次元正規直交ベクトルを，列ベクトルとしてもつ  $(N_t - \tilde{Q}_m) \times Q_m$  行列であり， $\mathbf{V}_m^0$  は，0 の特異値に対応する  $(N_t - \tilde{Q}_m)$  次元正規直交ベクトルを，列ベクトルとしてもつ  $(N_t - \tilde{Q}_m) \times (N_t - \tilde{Q}_m - Q_m)$  行列である．

$p_m \leq Q_m$  の場合，特異値の大きい順に  $p_m$  個の特異値を選び，その特異値に対応する  $(N_t - \tilde{Q}_m)$  次元正規直交ベクトルを  $\mathbf{V}_m^1$  から取り出し， $(N_t - \tilde{Q}_m) \times p_m$  行列  $\mathbf{V}_m^{1-}$  を生成する．

$p_m > Q_m$  の場合には，たかだか  $Q_m$  個の送信信号しか第  $m$  端末へ送れないので， $p_m = Q_m$  と定めて， $\mathbf{V}_m^{1-}$  を  $\mathbf{V}_m^1$  とする．

最終的に上記の  $\mathbf{V}_m^{1-}$  と  $\tilde{\mathbf{V}}_m^0$  を用いて， $\mathbf{F}$  を

$$\mathbf{F} = [\tilde{\mathbf{V}}_1^0 \mathbf{V}_1^{1-} \dots \tilde{\mathbf{V}}_M^0 \mathbf{V}_M^{1-}] \Lambda^{1/2} \quad (7.56)$$

とする．ただし， $\Lambda$  は  $P \times P$  対角行列で，対角要素が各送信信号の送信電力となる．この送信電力は全体の送信電力が一定値  $P_t$  となるように電力配分する．

## (2) 送受信ビームフォーミング<sup>5)</sup>

ここでは，各端末への送信ストリームの数は 1，すなわちすべての  $m$  に対して  $p_m = 1$  とする．また，送受信ともにビームフォーミングを行うものとし，第  $m$  端末の  $N_{rm}$  次元受信ウェイトベクトルを  $\mathbf{w}_m$  とする．この送受信系を図 7.4 に示す．

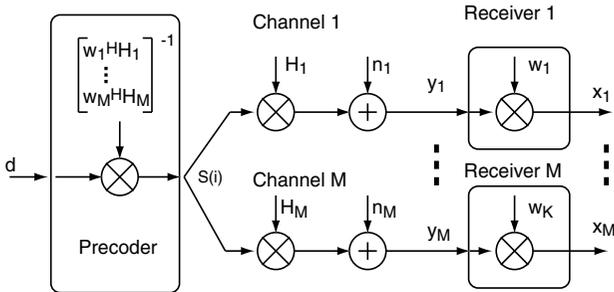


図 7.4 送受信ビームフォーミング

第  $m$  端末の受信ビームフォーミングの出力を  $x_m(i)$  とすると，式 (7.26) から

$$\begin{aligned} x_m(i) &= \mathbf{w}_m^H \mathbf{Y}_m(i) \\ &= (\mathbf{w}_m^H \mathbf{H}_m) \mathbf{S}(i) + \mathbf{w}_m^H \mathbf{n}_m(i) \end{aligned} \quad (7.57)$$

と表すことができる。更に,  $x_m(i)$  を要素とする  $M$  次元ベクトル  $\mathbf{X}(i)$  を

$$\mathbf{X}(i) = [x_1^*(i) \ x_2^*(i) \ \cdots \ x_M^*(i)]^H \quad (7\cdot58)$$

と定める。

$\mathbf{Y}(i)$  を  $\mathbf{X}(i)$  に置き換え,  $\mathbf{H}_m$  を  $\mathbf{w}_m^H \mathbf{H}_m$  で置き換えると, すべての端末の受信アンテナ数が 1 の場合と等価になる。したがって,  $\mathbf{F}$  を求めるために, 単一アンテナ受信のプリコーディング, 例えば channel inversion が適用できる。

$\mathbf{F}$  が求めれば,  $\mathbf{w}_m$  を新たに求めることができる。例えば, MMSE 基準で  $\mathbf{w}_m$  を求めると

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_m &= \langle \mathbf{Y}_m(i) \mathbf{Y}_m^H(i) \rangle^{-1} \langle \mathbf{Y}_m(i) d_m^*(i) \rangle \\ &= \left[ \mathbf{H}_m \mathbf{F} \langle \mathbf{d}(i) \mathbf{d}^H(i) \rangle \mathbf{F}^H \mathbf{H}_m^H + \langle \mathbf{n}_m(i) \mathbf{n}_m^H(i) \rangle \right]^{-1} \left[ \mathbf{H}_m \mathbf{F} \langle \mathbf{d}(i) d_m^*(i) \rangle \right] \\ &= \left( \mathbf{H}_m \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}_m^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_r} \right)^{-1} \mathbf{H}_m \mathbf{F} \mathbf{d}_m \end{aligned} \quad (7\cdot59)$$

となる。ただし,  $\sigma_n^2$  は平均雑音電力とし

$$\langle \mathbf{n}_m(i) \mathbf{n}_m^H(i) \rangle = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_r} \quad (7\cdot60)$$

$$\langle \mathbf{d}(i) \mathbf{d}^H(i) \rangle = \mathbf{I}_{N_r} \quad (7\cdot61)$$

と仮定した。

$\{\mathbf{w}_m \mid 1 \leq m \leq M\}$  が更新されれば, また  $\mathbf{F}$  を更新することができ, この過程を繰り返すことで,  $\{\mathbf{w}_m \mid 1 \leq m \leq M\}$  と  $\mathbf{F}$  を最適な値へ近づけることができる。

#### 参考文献

- 1) D. Gerlach and A. Paulraj, "Adaptive transmitting antenna arrays with feedback," *IEEE Signal Processing Letters*, vol.1, no.10, pp.150-152, Oct. 1994.
- 2) C.B. Peel, B.M. Hochwald, and A.L. Swindlehurst, "A vector-perturbation technique for near-capacity multi-antenna multiuser communication - Part I: channel inversion and regularization," *IEEE trans. Commun.*, vol.53, no.1, pp.195-202, Jan. 2005.
- 3) B.M. Hochwald and C.B. Peel, "Vector precoding for the multi-antenna, multi-user channel," in *Proceedings Allerton Conference on Communication, Control, and Computing*, Monticello, LI, Oct. 2003.
- 4) R. Fischer, C. Windpassinger, A. Lampe, and J. Huber, "MIMO precoding for decentralized receivers," in *Proceedings IEEE International Symposium on Information Theory*, Lausanne, Switzerland, p.496, June/July 2002.
- 5) Q.H. Spencer, A.L. Swindlehurst, and M. Haardt, "Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multi-user MIMO channels," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol.52, no.2, pp.461-471, Feb. 2004.

## 4 群 - 1 編 - 7 章

## 7-4 SVD-MIMO

(執筆者: 大槻知明) [2009 年 8 月 受領]

本章では、送信アンテナ数  $N$ 、受信アンテナ数  $M$  からなる MIMO システムを考える。なお、特に断らない限り、信号帯域幅が通信路のコヒーレント帯域幅より狭いフラットフェージング通信路、すなわち周波数非選択性通信路を仮定する。

## 7-4-1 MIMO 通信路の並列伝送路表現

いま、チャネル行列  $H$  が送受信機で既知であり、その階数(ランク)を  $L$  と表すとする。MIMO 通信路は、 $L$  本の並列空間通信路ととらえることができる。チャネル行列  $H$  は、特異値分解(SVD: Singular Value Decomposition)を用いて、次式のように表記できる。

$$H = V_L \Sigma U_L^H \quad (7 \cdot 62)$$

$U_L$  は  $H^H H$  の固有値分解で得られる  $N$  次ユニタリ行列  $U$  の第 1 列から第  $L$  列の列ベクトルで構成される  $N \times L$  行列である。

$$H^H H = U \Lambda U^H \quad (7 \cdot 63)$$

ここで、 $\Lambda$  は  $\text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_L, 0, \dots, 0)$  で表される  $N$  次対角行列であり、 $\lambda_j$  は  $H^H H$  の第  $j$  固有値である。各固有値  $\lambda_j$  には次式の関係が成り立つ。

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_L > \lambda_{L+1} = \dots = \lambda_N = 0 \quad (7 \cdot 64)$$

$V_L$  は  $H H^H$  の固有値分解で得られる  $M$  次ユニタリ行列  $V$  の第 1 列から第  $L$  列の列ベクトルで構成される  $M \times L$  行列である。

$$H H^H = V \Lambda' V^H \quad (7 \cdot 65)$$

ここで、 $\Lambda'$  は  $\text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_L, 0, \dots, 0)$  で表される  $M$  次対角行列であり、各要素は、 $H^H H$  の固有値と等しい。また、 $\Sigma$  は  $\text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \dots, \sqrt{\lambda_L})$  の対角行列である。 $H$  の各要素が独立な複素ガウス変数である場合、 $L = \min(M, N)$  が成立する。式(7.5)からも分かるように、SVD を用いると、MIMO チャネルは図 7.5 のように独立な  $L$  個の伝送路からなる通信路と等価である。SVD に基づく各等価伝送路を固有パスと呼ぶこともある。各固有パスの振幅利得(特異値)は  $\sqrt{\lambda_i}$  であり、特異値の大きさ、すなわち固有値  $\lambda_i$  の大きさに応じて異なる。このように、MIMO チャネルは、各パスの振幅利得は異なるものの、独立な  $L$  個の信号を干渉なく送信する能力をもっている。この並列空間通信路を用いて独立な情報を送る概念が、空間多重(SM)である。また、SM による伝送レートの増加(利得)を多重利得(multiplexing gain)と呼ぶ。

## 7-4-2 固有モード伝送

前述したように、特異値分解(SVD)を用いると、MIMO 通信路は  $L$  本の独立な並列空間

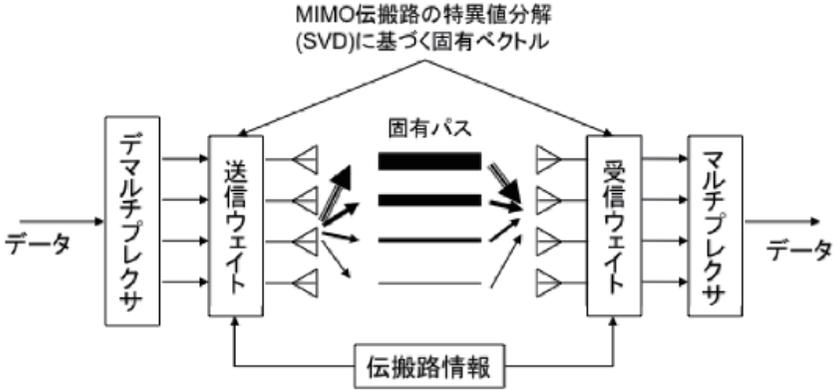


図 7・5 特異値分解に基づく MIMO 伝搬路の並列通信路表現

通信路ととらえることができる。  $H^H H$  の  $L$  個の固有ベクトル  $U_L = (u_1 \cdots u_L)$  を送信ウェイトとして用いて  $L$  本の送信ビームを形成し、  $H H^H$  の  $L$  個の固有ベクトル  $V_L = (v_1 \cdots v_L)$  のエルミート転置  $V_L^H$  を受信ウェイトとして用いると、送受信ウェイトを含めた実効的なチャネルは

$$H_e = V_L^H H U_L = V_L^H V_L \Sigma U_L^H U_L = \Sigma \quad (7\cdot66)$$

となる。上記の送受信ウェイトを用い、各ビームに各送信ストリームを対応させて送信すると、  $L$  個の情報を同時に混信なく送信できることが分かる。このような送信法を固有モード伝送または固有ビーム（固有モード）空間分割多重（E-SDM: Eigenbeam (Eigenmode)-SDM）という。固有モード伝送では、各ストリームの送信電力を制御することができる。帯域幅及び送信電力一定の下で最大のチャネル容量を達成する電力配分法は、注水（Water Filling）定理として知られている。  $i$  番目の固有モードに配分する電力を  $P_i$ 、総送信電力を  $P_{total}$ 、各固有モードの受信信号の平均雑音電力を  $P_N$  とし、総送信電力  $P_{total}$  の制限下で、電力配分  $P_i$  の最適化について考える。ラグランジュの未定係数法を用いると、評価関数は次式となる。

$$J = \sum_{i=1}^N \log \left( \frac{P_i \lambda_i}{2\sigma^2} + 1 \right) - a \left( \sum_{i=1}^N P_i - P_{total} \right) \quad (7\cdot67)$$

$\partial J / \partial P_i = 0$  を解き、  $P_i \geq 0$  であることを用いると、注水定理による最適電力配分  $P_i$  は次式のように求められる。

$$P_i = \max \left( \frac{1}{a} - \frac{2\sigma^2}{\lambda_i}, 0 \right) \quad (7\cdot68)$$

ここで、定数  $a$  は

$$\sum_{i=1}^N P_i = P_{total} \quad (7.69)$$

を満たすための定数である。注水定理に基づく電力配分は、図 7.6 に示すように、深さが固有チャネルの SN 比の逆数  $2\sigma^2/\lambda_i$  に応じた入れものに、決められた電力をポットの水に見立てて注ぎ、その水の配分量が配分する電力になることを意味している。

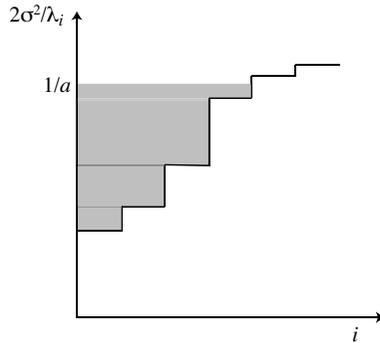


図 7.6 注水定理の概念

#### 参考文献

- 1) 中川正雄, 大槻知明, “モバイルコミュニケーション,” コロナ社, 東京, 2009.
- 2) “アンテナ・無線ハンドブック,” オーム社, 東京, 2006.