

■4群 (通信工学) -2編 (アンテナ・伝搬)

2章 アンテナの基礎

(執筆者：庄木裕樹) [2013年1月 受領]

■概要■

アンテナを理解するためには、電磁界や電磁波の性質を理解する必要がある。本章では、電磁界の基礎方程式であるマクスウェルの方程式、構成関係式、波動方程式などについて先ずは説明する。次に、波源が存在する場合の放射について説明し、等価定理や開口面からの放射、電磁界の双対性について述べる。更に、アンテナを利用する場合に基本となる知識として必要なアンテナの界領域、アンテナの基本的な定数、可逆定理、散乱断面積とレーダ方程式、ポアンカレ球についても説明する。

なお、本章についてのみ、その内容は電子情報通信学会編の「アンテナ工学ハンドブック(第2版)」の「第2章 アンテナの基礎」と全く同じになっていることに留意されたい。

【本章の構成】

本章では、電磁界の基礎として、最初に、マクスウェル方程式(2-1節)、構成関係式(2-2節)、波動方程式と平面波(2-3節)を説明する。次に、波源が存在する場合の放射に関する基礎として、電磁波の放射(2-4節)、等価定理(2-5節)、開口面による放射(2-6節)、電磁界の双対性とパビネの原理(2-7節)について説明する。また、アンテナを利用する場合の基本知識として、アンテナの界領域(2-8節)、アンテナの基本的な定数(2-9節)、可逆定理と送受アンテナ(2-10節)、散乱断面積とレーダ方程式(2-11節)、ポアンカレ球(2-12節)について説明する。

■4群 - 2編 - 2章

2-1 マクスウェルの方程式

(執筆者：澤谷邦男) [2010年3月 受領]

アンテナを理解するためには、電磁界や電磁波の性質を理解する必要がある。本章では、電磁界の基礎方程式であるマクスウェルの方程式について説明する。

マクスウェルの方程式は

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} \quad (2 \cdot 1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} + \mathbf{J} \quad (2 \cdot 2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2 \cdot 3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2 \cdot 4)$$

の四つの方程式で与えられる。ここで、 $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{B}, \mathbf{D}, \mathbf{J}, \rho$ はそれぞれ電界、磁界、磁束密度、電束密度、電流密度及び電荷密度を表す。微分形で表された式(2・1)と式(2・2)にストークスの定理を適用し、また式(2・3)と式(2・4)にはガウスの定理を適用すると、積分形で表されたマクスウェルの方程式

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \quad (2 \cdot 5)$$

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \left(\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} + \mathbf{J} \right) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \quad (2 \cdot 6)$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = 0 \quad (2 \cdot 7)$$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = \int_V \rho dV \quad (2 \cdot 8)$$

が得られる。ここで、式(2・5),(2・6)の左辺は閉じた線 C に沿う線積分、式(2・7),(2・8)の左辺は閉じた面 S に沿う面積分を表し、式(2・5),(2・6)の右辺は面 S に沿う面積分を表す。また、式(2・8)は体積 V に沿う体積積分である。これらの積分形の方程式から、図 2・1 に示すように、式(2・5)~(2・8)の式がそれぞれ、(a) ファラデーの電磁誘導の法則、(b) 拡張されたアンペアの法則 (アンペア・マクスウェルの法則)、(c) 磁束密度の無始無終性、及び、(d) ガウスの法則を表していることが分かる。

これらの四つの方程式のほかに、電荷保存の法則

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2 \cdot 9)$$

$$\left(\oint_S \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = -\frac{d}{dt} \int_V \rho dV \right)$$

が成立する。この式は連続の式とも呼ばれている。

四つの式で表されるマクスウェルの方程式は時間的に変化しない静電界や静磁界の場合を除いて独立ではない。すなわち、式(2・2)の両辺の発散をとり、電荷保存の法則(2・9)を用いる

と式(2・4)が導かれる．また同様に，式(2・1)の両辺の発散をとると式(2・3)が導かれる．したがって，式(2・3)と式(2・4)は従属的であり，式(2・1)と式(2・2)だけが独立である．

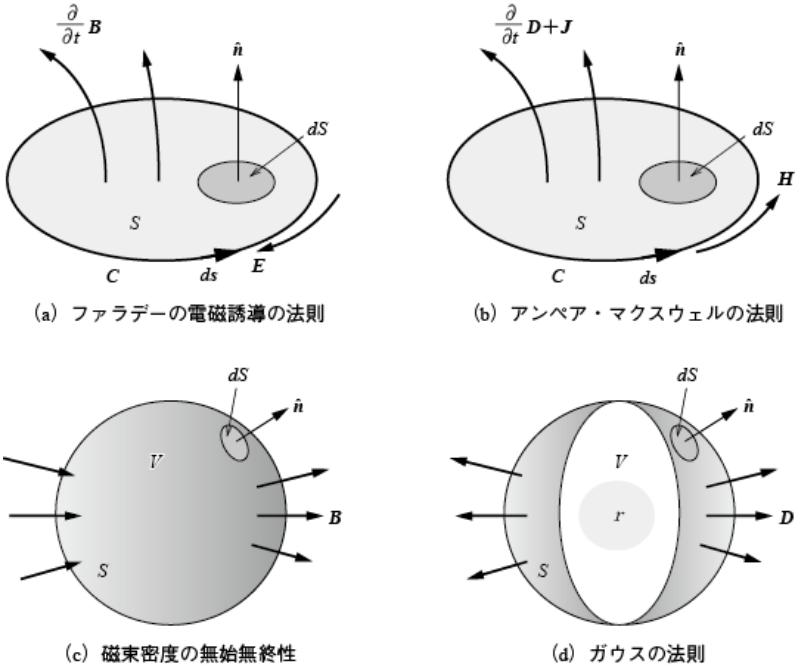


図 2・1 マクスウェルの電磁法則

電流密度 \mathbf{J} は媒質の導電率 σ によって二次元的に流れる導電電流 $\sigma\mathbf{E}$ とアンテナ電流のように外部から一次の波源として加えられる印加電流 \mathbf{J}_0 に分けて

$$\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E} + \mathbf{J}_0 \quad (2 \cdot 10)$$

と考える必要がある．このように分けた場合，導電電流 $\sigma\mathbf{E}$ と媒質中の二次的な電荷密度 ρ_c ，ならびに印加電流 \mathbf{J}_0 とアンテナ電荷のような印加電荷密度 ρ_0 との間にそれぞれ電荷保存の法則(2・9)が成り立つ．

式(2・1)と式(2・2)は未知数 $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{B}, \mathbf{D}, \mathbf{J}$ に対する連立方程式として見るができるが，方程式の数が不足しており，これを解くことができない．したがって，方程式を解くためにはこれら五つのベクトル界の間の関係を知る必要がある．これらの関係は構成関係式と呼ばれ，媒質の電磁気的な性質から求められる．

印加電流密度 \mathbf{J}_0 のほかに仮想的な印加磁流密度 \mathbf{J}_{0m} を考え，式(2・1)を

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} - \mathbf{J}_{0m} \quad (2 \cdot 11)$$

とすると，マクスウェルの方程式の電界と磁界が双対的になる．磁流密度 \mathbf{J}_{0m} は実在しないが，開口面アンテナの解析などに等価定理を適用する際に，電界を等価的な磁流とみなすこ

とができるので、解析を簡単化することができる。また、微小ループアンテナは等価的な磁流とみなすことができる。磁流密度 \mathbf{J}_{0m} を仮定すると、これに対応した磁荷密度 ρ_{0m} を考える必要があり、式(2.3)は

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \rho_{0m} \quad (2 \cdot 12)$$

となる。また、磁流密度 \mathbf{J}_{0m} と磁荷密度 ρ_{0m} の間には、式(2.9)と同様に磁荷保存の法則

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_{0m} + \frac{\partial \rho_{0m}}{\partial t} = 0 \quad (2 \cdot 13)$$

が成立する。

■4群 - 2編 - 2章

2-2 構成関係式

(執筆者：小柴正則) [2010年3月受領]

物質の電磁的性質を定める関係式を構成関係式（または構成方程式）という。電界を \mathbf{E} 、磁界を \mathbf{H} 、電束密度 \mathbf{D} 、磁束密度 \mathbf{B} とすると、関係式は

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E}, \mathbf{H}) \quad (2 \cdot 14)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{E}, \mathbf{H}) \quad (2 \cdot 15)$$

のように、 \mathbf{D}, \mathbf{B} を \mathbf{E}, \mathbf{H} の関数として表すことができる。

2-2-1 等方性媒質

物質の電磁的性質が方向によらず同じであるとき、その物質を等方的性質という。等方性媒質に対する構成関係式は

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (2 \cdot 16)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2 \cdot 17)$$

で与えられる。ここに ε, μ はそれぞれ誘電率、透磁率であり、いずれもスカラー量である。真空誘電率を ε_0 、真空透磁率を μ_0 として

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad (2 \cdot 18)$$

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (2 \cdot 19)$$

のように定義される、 ε_r, μ_r をそれぞれ比誘電率、比透磁率という。

2-2-2 異方性媒質

物質の電磁的性質が方向によって変わるとき、その物質を異方性媒質という。異方性媒質に対する構成関係式は、誘電率テンソルを $\overline{\overline{\varepsilon}}$ 、透磁率テンソルを $\overline{\overline{\mu}}$ として

$$\mathbf{D} = \overline{\overline{\varepsilon}} \mathbf{E} \quad (2 \cdot 20)$$

$$\mathbf{B} = \overline{\overline{\mu}} \mathbf{H} \quad (2 \cdot 21)$$

のように表される。式(2・20)、(2・21)はテンソル表示であり、これらは行列形で表すこともできる。例えば、直角座標を用いると式(2・20)、(2・21)は

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 22)$$

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 23)$$

で表される。ここに、 $E_i, H_i, D_i, B_i (i = x, y, z)$ はそれぞれ電界、磁界、電束密度、磁束密度の

直角座標成分を表し、 $\varepsilon_{ij}, \mu_{ij}$ ($i, j = x, y, z$) はそれぞれ誘電率テンソル、透磁率テンソルの要素を表す。

2-2-3 分散性媒質

ある時刻 t における物質中の分極や磁化が、その時刻における電磁界の値のみならず、その時刻以前の電磁界の値にも依存するとき、こうした物質を分散性媒質という。分散性媒質に対する構成関係式は式(2・16)、(2・17)、(2・20)、(2・21)のような簡単な形で書くことができず、例えば、式(2・16)、(2・17)に対応する構成関係式は

$$\mathbf{D} = \int_0^{\infty} \varepsilon(\tau) \mathbf{E}(t-\tau) d\tau \quad (2 \cdot 24)$$

$$\mathbf{B} = \int_0^{\infty} \mu(\tau) \mathbf{H}(t-\tau) d\tau \quad (2 \cdot 25)$$

のような畳込み積分の形で表される。式(2・20)、(2・21)に対応する構成関係式は、式(2・24)、(2・25)中の誘電率 ε 、透磁率 μ をそれぞれ誘電率テンソル $\overline{\varepsilon}$ 、透磁率テンソル $\overline{\mu}$ に置き換えた形で与えられる。

式(2・24)、(2・25)は電磁界を時間領域で見た場合がある。これらをフーリエ変換することにより周波数領域で見た分散性媒質の構成関係式が得られ、式(2・16)、(2・17)、(2・20)、(2・21)と同じ形で書くことができる。このとき、誘電率 ε 、透磁率 μ 、誘電率テンソル $\overline{\varepsilon}$ の要素、透磁率テンソル $\overline{\mu}$ の要素は、いずれも周波数の関数になり、一般に複素量として与えられる。

物質に損失がなければ、等方性媒質に対する誘電率や透磁率の値は実数であるが、損失があると、これらの値は複素数になる。特に、損失性誘電体に対する構成関係式は、損失角 δ を用いて

$$\mathbf{D} = \varepsilon(1-j \tan \delta) \mathbf{E} \quad (2 \cdot 26)$$

のように表される。

ここで、誘電率 σ の金属を考え、電磁界が角周波数 ω で時間的に正弦波振動しているとすると、式(2・26)中の $\tan \delta$ は

$$\tan \delta = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \quad (2 \cdot 27)$$

で与えられる。

異方性媒質の場合、損失がなければ、誘電率テンソルや透磁率テンソルはエルミート行列になり、これらのテンソルの要素は

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}^* \quad (2 \cdot 28)$$

$$\mu_{ij} = \mu_{ji}^* \quad (2 \cdot 29)$$

の関係式を満たす。ここに ε_{ji}^* 、 μ_{ji}^* はそれぞれ ε_{ji} 、 μ_{ji} の複素共役を表す。

2-2-4 不均質媒質

物質の電磁的性質が場所によらず一定であるとき、その物質を均質媒質という。これに対して、物質の電磁的性質が場所によって変わる物質を不均質媒質という。不均質媒質に対する誘電率 ε 、透磁率 μ 、誘電率テンソル $\overline{\varepsilon}$ の要素、透磁率テンソル $\overline{\mu}$ の要素はいずれも場所の関数として与えられる。

2-2-5 キラル媒質

通常物質では、電束密度は電界のみに依存し、磁束密度は磁界のみに依存するが、電束密度や磁束密度が電界と磁界の両方に依存する物質が存在する。こうした物質にも等方性のものと異方性のものがあり、それぞれ双等方性媒質、双異方性媒質という。

キラル媒質⁵⁾は双等方性媒質の一種であり、その構成関係式は

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} - jx\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \mathbf{H} \quad (2 \cdot 30)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + jx\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \mathbf{E} \quad (2 \cdot 31)$$

で与えられる。ここに、 x はキラル性を表すパラメータであり、無名数である。

2-2-6 メタマテリアル

自然界には存在しない性質を有する人工的な周期構造などの物質を広義のメタマテリアル⁶⁾という。また、以下に述べる負屈折率媒質をメタマテリアルと呼ぶことが多い。通常物質では、損失がなければ、誘電率 ε や透磁率 μ は実数で、その値は正であり、したがって

$$n = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{\mu}{\mu_0}} = \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}} > 0 \quad (2 \cdot 32)$$

で与えられる屈折率 n も正となる。金属や磁性体、プラズマでは、ある周波数において、 ε 、 μ のいずれかが負となることはあるが、これらの値が同時に負になることはない。ところが、 ε と μ の値が同時に負となる物質を人工的に作成することは可能であり、こうした物質をメタマテリアルという。メタマテリアルの屈折率は

$$n = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{\mu}{\mu_0}} = \sqrt{\frac{-|\varepsilon|}{\varepsilon_0} \frac{-|\mu|}{\mu_0}} = \left(-j\sqrt{\frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_0}}\right) \left(-j\sqrt{\frac{|\mu|}{\mu_0}}\right) = -\sqrt{\frac{|\varepsilon||\mu|}{\varepsilon_0\mu_0}} \quad (2 \cdot 33)$$

のように負となる。このため、メタマテリアルを負屈折率媒質ということもある。

■4群 - 2編 - 2章

2-3 波動方程式と平面波

(執筆者：澤谷邦男) [2010年3月 受領]

2-3-1 波動方程式

媒質が均質、等方で線形の場合を考える。また、時間に対して正弦状に変化する電磁界を想定して時間因子を $e^{j\alpha t}$ とすると、式(2.1)~(2.4)で与えられるマクスウェルの方程式は

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (2.34)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\dot{\epsilon}\mathbf{E} + \mathbf{J}_0 \quad (2.35)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (2.36)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_0}{\dot{\epsilon}} \quad (2.37)$$

となる。ここで、 \mathbf{J}_0 及び ρ_0 は、それぞれ外部から印加される印加電流密度と印加電荷密度である。また、 $\dot{\epsilon}$ は

$$\dot{\epsilon} = \epsilon - j\sigma/\omega \quad (2.38)$$

で定義される等価的な複素誘電率である。この複素誘電率を用いることにより、導電電流 $\sigma\mathbf{E}$ と電荷保存の式で結ばれる誘導電荷密度 ρ_0 を式(2.37)の右辺に含む必要がなくなるので、方程式が簡略化される。

式(2.34)の両辺の回転を求め、式(2.35)を代入することにより、電界に対するベクトル波動方程式

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - k^2\mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{J}_0 \quad (2.39)$$

が得られる。磁界に対しても同様に、式(2.35)の両辺の回転を求め、式(2.34)を代入することにより

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} - k^2\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{J}_0 \quad (2.40)$$

ここで、 k は

$$k = \omega\sqrt{\dot{\epsilon}\mu} = \omega\sqrt{\epsilon\mu - j\mu\sigma/\omega} \quad (2.41)$$

で与えられる波数である。波数 k は一般に複素数であるが、無損失媒質中では実数となり

$$k = \omega\sqrt{\epsilon\mu} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.42)$$

となる。ここで、 v は電磁波の速度、 $\lambda = v/f$ (f : 周波数) は波長である。誘電率 ϵ や透磁率 μ が複素数で与えられる場合や、媒質が導電率 σ をもつ場合には、波数 k も複素数となり

$$k = \beta - j\alpha \quad (2.43)$$

となる。ここで、 α 、 β はそれぞれ減衰定数、位相定数と呼ばれており、このような媒質中の電磁波は減衰しながら伝搬する。誘電率 ϵ 及び透磁率 μ が実数で与えられ、媒質が導電率 σ をもつ場合には減衰定数、位相定数は

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \omega\sqrt{\varepsilon\mu} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} - 1 \right]} \\ \beta &= \omega\sqrt{\varepsilon\mu} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} + 1 \right]} \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 44)$$

で与えられる^{1),2)}。

$\sigma/\omega\varepsilon$ が 1 に比べて十分に小さい場合、すなわち損失性誘電体の場合には

$$\left. \begin{aligned} \alpha &\cong \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \\ \beta &\cong \omega\sqrt{\varepsilon\mu} \left[1 + \frac{1}{8} \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 45)$$

となる。

一方、 $\sigma/\omega\varepsilon$ が 1 に比べて十分に大きい場合、すなわち導体の場合には

$$\alpha \cong \beta \cong \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} \quad (2 \cdot 46)$$

となる。

式(2・39)及び式(2・40)は波源、すなわちアンテナが存在する空間における波動方程式であり、放射問題や散乱問題を扱う場合に必要となる。これに対して、伝搬問題では、波源が存在しない空間を扱うので、印加電流密度及び印加電荷密度を、 $\mathbf{J}_0 = 0, \rho_0 = 0$ と置いてよい。したがって、式(2・37)より $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ となるので、 $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E}$ 、 $\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = -\nabla^2 \mathbf{H}$ から、式(2・39)及び(2・40)は

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (2 \cdot 47)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad (2 \cdot 48)$$

となり、同次ベクトルヘルムホルツ方程式となる。

2-3-2 平面波

伝搬方向に垂直な無限平面内で電磁界の振幅と位相が一定となる電磁波を平面波と呼ぶ。実際には、波源から放射された電磁波は球面波となるが、十分離れた観測点では球面の半径が無限大に近づくので、近似的に平面波とみなすことができる。

z 方向に伝搬する平面波の電磁界は x, y 方向に変化しないことから、 $\partial/\partial x \rightarrow 0, \partial/\partial y \rightarrow 0$ となるので、式(2・47)の同次ベクトルヘルムホルツ方程式は

$$\frac{d^2}{dz^2} \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (2 \cdot 49)$$

となる。電界が x 成分のみをもつ場合の解は

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= E_0 e^{j(\alpha x - kz)} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{H} &= \frac{E_0}{Z_0} e^{j(\alpha x - kz)} \hat{\mathbf{y}} \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 50)$$

となる．ここで、 E_0 は振幅を表す定数であり、 \hat{x} 、 \hat{y} はx方向及びy方向の単位ベクトルである．また

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (2 \cdot 51)$$

は平面波の電界と磁界の振幅の比を表し、媒質の固有インピーダンスまたは波動インピーダンスと呼ばれている．媒質が真空の場合の固有インピーダンスは

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cong 120\pi \cong 376.7 \Omega \quad (2 \cdot 52)$$

で与えられる．

電磁波は電界と磁界に垂直に垂直な伝搬方向に電力を運ぶ．単位面積当たりの電力は

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (2 \cdot 53)$$

のポインティングベクトル (Poynting Vector) で与えられる²⁾．また、時間に対して正弦波に変化する電磁界では、複素ポインティングベクトル $\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*$ (*: 複素共役) の実数部

$$\bar{\mathbf{P}} = \text{Re} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \quad (2 \cdot 54)$$

が単位面積当たりの電力の時間平均を表す²⁾．したがって、損失がない場合には式(2.50)で与えられる平面波の単位面積当たりの電力の時間平均は

$$\bar{\mathbf{P}} = \frac{|E_0|^2}{Z_0} \hat{z} \quad (2 \cdot 55)$$

となる．

2-3-3 偏波

平面波の電界、磁界及び伝搬方向は図 2・2 に示すようにお互いに垂直であり、電界及び磁界は特定の方向を向いている．これを偏波と呼び、電波工学では電界の方向で偏波を定義している．これに対して、光学の分野では磁界の方向で偏波を定義している³⁾．図 2・2 の場合、電界は x 成分のみをもっており、このような場合を直線偏波と呼び、電界が大地に対して垂直である場合を垂直偏波、水平の場合を水平偏波と呼ぶ．

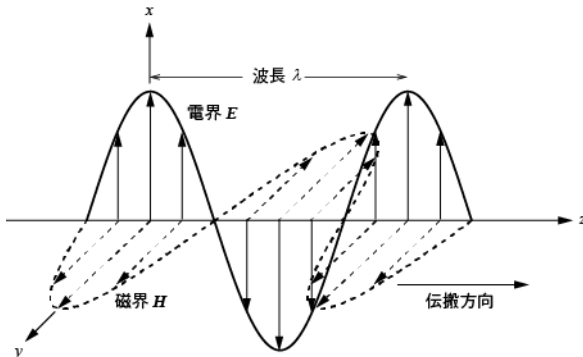


図 2・2 平面電磁波

一般に直行する二つの直線偏波が同相の場合は、これらの和も直線偏波となる。また、位相差がある場合には電界ベクトル及び磁界ベクトルは一般に時間、空間に対して伝搬軸の周りをだ円状に回転するだ円偏波となる。特別な場合として、直行する二つの直線偏波の振幅が等しく、位相差が $\pm\pi/2$ のとき、伝搬軸の周りを円形に回転する円偏波となる。すなわち、電界の x 成分に比べて y 成分の位相が $\pm\pi/2$ 異なっているとき、電界は

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \text{Re} \{ E_0 \exp [j(\omega t - kz)] (\hat{x} \pm j \hat{y}) \} \\ &= E_0 [\cos(\omega t - kz) \hat{x} \mp \sin(\omega t - kz) \hat{y}] \end{aligned} \quad (2 \cdot 56)$$

となる。円偏波の定義は、観測点 z を固定し、伝搬方向に向かって電界を見たときに、時間に対して電界が回る方向で定義される。 y 成分の位相が x 成分に比べて $\pi/2$ 進んでいるとき、**図 2・3(a)**に示すように電界は反時計方向(左方向)に回るので、これを左旋円偏波と呼ぶ。このとき、時間を固定して観測点を z 方向に移動すると、電界は時計方向(右方向)に回転する。同様に、 y 成分の位相が x 成分に比べて $\pi/2$ 遅れている場合は右旋円偏波となり、時間に対して時間方向(右方向)に回転し、 z に対して反時計回り(左回り)に回転する。

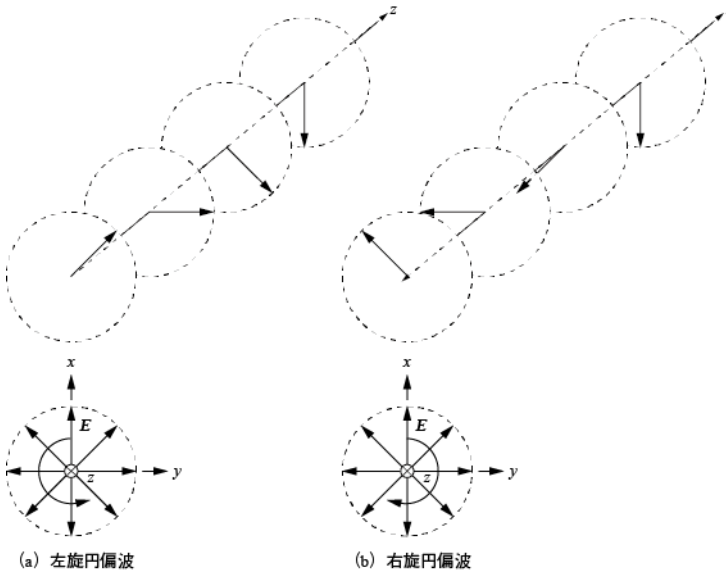


図 2・3 円 偏 波

一般に、偏波は上述のようにだ円状に回転し、直線偏波や円偏波はその特別な場合と見ることが出来る。**図 2・4**に示すだ円偏波の電界の最大値と最小値の比、すなわち

$$r = \pm \frac{|E|_{\max}}{|E|_{\min}} = \pm \frac{b}{a} \quad (2 \cdot 57)$$

は軸比と呼ばれており、円偏波では $r = \pm 1$ 、直線偏波では $r = \pm \infty$ となる。一般的な偏波状態を表す方法としてポアンカレ球がある。

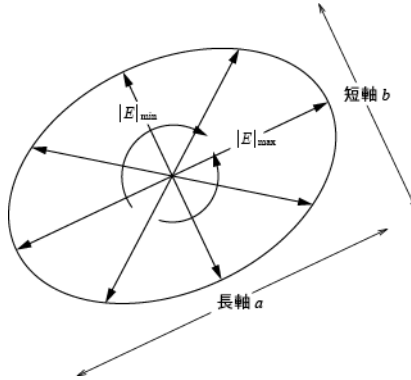


図 2・4 円 偏 波

一般の偏波は二つの直線偏波の和として表すこともできるが、左旋偏波と右旋偏波の和として表すこともできる。これらの電界の強さを E_L, E_R と置いたとき、軸比は

$$r = \frac{|E_L| + |E_R|}{|E_L| - |E_R|} \quad (2 \cdot 58)$$

で定義される。 $|E_L| > |E_R|$ のときは $r > 1$ となり、左旋の円偏波に、また $|E_R| > |E_L|$ のときは $r < 1$ となり、右旋の円偏波となる。

2-3-4 誘電体境界における平面波の反射と屈折

図 2・5 に示すように、誘電率、透磁率及び導電率がそれぞれ $\epsilon_1, \mu_1, \sigma_1$ と $\epsilon_2, \mu_2, \sigma_2$ の媒質 I と媒質 II が接する平面境界に媒質 I から平面波が入射波 θ_i で入射すると、反射波及び透過波が生じる。図 2・5 において xy 平面を入射面と呼ぶ。境界面上で入射波、反射波及び透過波の電界と磁界の接線成分が連続であることから、反射波及び透過波が求められる。まず x 方向の波数が x に無関係であることから、スネルの法則

$$k_1 \sin \theta_i = k_1 \sin \theta_r = k_2 \sin \theta_t \quad (2 \cdot 59)$$

が成立し、これより入射角 θ_i 、反射角 θ_r 及び透過角 θ_t の間には

$$\theta_i = \theta_r \quad (2 \cdot 60)$$

$$k_1 \sin \theta_r = k_2 \sin \theta_t$$

の関係が成立する。ここで、 k_1, k_2 はそれぞれの媒質中の平面波の波数であり

$$\begin{aligned} k_1 &= \omega \sqrt{\hat{\epsilon}_1 \mu_1} = \omega \sqrt{(\epsilon_1 - j\sigma_1 / \omega) \mu_1} \\ k_2 &= \omega \sqrt{\hat{\epsilon}_2 \mu_2} = \omega \sqrt{(\epsilon_2 - j\sigma_2 / \omega) \mu_2} \end{aligned} \quad (2 \cdot 61)$$

で与えられる。平面波の反射係数と透過係数は偏波のよって異なり、電界が入射面に平行の場合と入射面に垂直な場合に分けて考える必要がある。

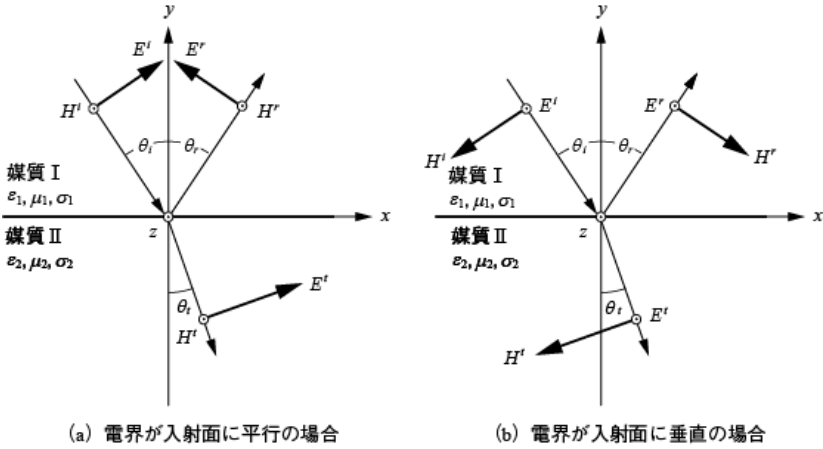


図 2・5 誘電体境界における平面波の反射と透過

(1) 電界が入射面に平行の場合 (TM 入射)

図 2・5(a)に示すように、電界が入射面に平行の場合は、磁界の x 成分と y 成分が 0 であることから TM 入射とも呼ばれている。境界面において境界条件を適用することにより、反射係数 R_1 及び透過係数 T_1 は

$$R_1 = \frac{H_z^r}{H_z^i} \Big|_{y=0} = \frac{Z_1 \cos \theta_i - Z_2 \cos \theta_t}{Z_1 \cos \theta_i + Z_2 \cos \theta_t} = \frac{\mu_1 n^2 \cos \theta_i - \mu_2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}}{\mu_1 n^2 \cos \theta_i + \mu_2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}} \quad (2 \cdot 62)$$

$$T_1 = \frac{Z_2 H_z^t}{Z_1 H_z^i} \Big|_{y=0} = \frac{2 Z_2 \cos \theta_i}{Z_1 \cos \theta_i + Z_2 \cos \theta_t} = \frac{2 \mu_2 n^2 \cos \theta_i}{\mu_1 n^2 \cos \theta_i + \mu_2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}} \quad (2 \cdot 63)$$

で与えられる。ここで、 Z_1, Z_2 は媒質 I, II 中の平面上の固有インピーダンスであり

$$Z_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1 - j\sigma_1/\omega}} \quad (2 \cdot 64)$$

$$Z_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2 - j\sigma_2/\omega}}$$

で与えられる。また、 n は媒質 I に対する媒質 II の相対複素屈折率であり

$$n = \frac{k_2}{k_1} = \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_2}{\epsilon_1 \mu_1}} = \sqrt{\frac{(\epsilon_2 - j\sigma_2/\omega)\mu_2}{(\epsilon_1 - j\sigma_1/\omega)\mu_1}} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} \quad (2 \cdot 65)$$

で与えられる。

媒質 I 及び II に損失がなく、相対屈折率 n が実数で与えられる場合で、入射角 θ_i が

$$\tan \theta_B = n \quad (2 \cdot 66)$$

を満たすとき反射係数 R_1 は 0 となる。この角度はブルースター角あるいは偏光角と呼ばれて

いる。

(2) 電界が入射面に垂直の場合 (TE 入射面に平行の場合)

図 2・5(b)で示すように、電界が入射面に垂直の場合は電界の x 成分と y 成分が 0 であることから TE 入射とも呼ばれている。この場合も電磁界の境界条件を適用することにより、反射係数 R_2 、透過係数 T_2 は

$$R_2 = \frac{E_z^r}{E_z^i} \Bigg|_{y=0} = \frac{Z_2 \cos \theta_i - Z_1 \cos \theta_t}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t} = \frac{\mu_2 \cos \theta_i - \mu_1 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}}{\mu_2 \cos \theta_i + \mu_1 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}} \quad (2 \cdot 67)$$

$$T_2 = \frac{E_z^t}{E_z^i} \Bigg|_{y=0} = \frac{2Z_2 \cos \theta_i}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t} = \frac{2\mu_2 \cos \theta_i}{\mu_2 \cos \theta_i + \mu_1 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}} \quad (2 \cdot 68)$$

と求められる。

式(2・62)、(2・67)の反射係数、及び式(2・63)、(2・68)の透過係数はフレネルの反射係数及び透過係数と呼ばれている。

電界が入射面に平行、垂直いずれの場合も相対屈折率 n が実数で $n < 1$ の場合は、入射角が $\sin \theta_i \geq n$ を満たす範囲で $|R_1| = |R_2| = 1$ となり、全反射となる。全反射が生じる最小の入射角は $\sin \theta_i = n$ (2・69)

を満たしており、この入射角を臨界角と呼ぶ。

図 2・6 に媒質 I が真空中で媒質 II が湿土の場合 ($\epsilon_1 = \epsilon_0, \mu_1 = \mu_2 = \mu_0, \sigma_1 = 0, \epsilon_2 = 10\epsilon_0, \sigma_2 = 10^{-2} \text{ S/m}$) の反射係数の絶対値と位相角を示す⁷⁾。電界が入射面に平行の場合にはブルースター角付近で反射係数 R_1 の絶対値が最小になっている。また、いずれの入射角においても $|R_1| < |R_2|$ となっている。

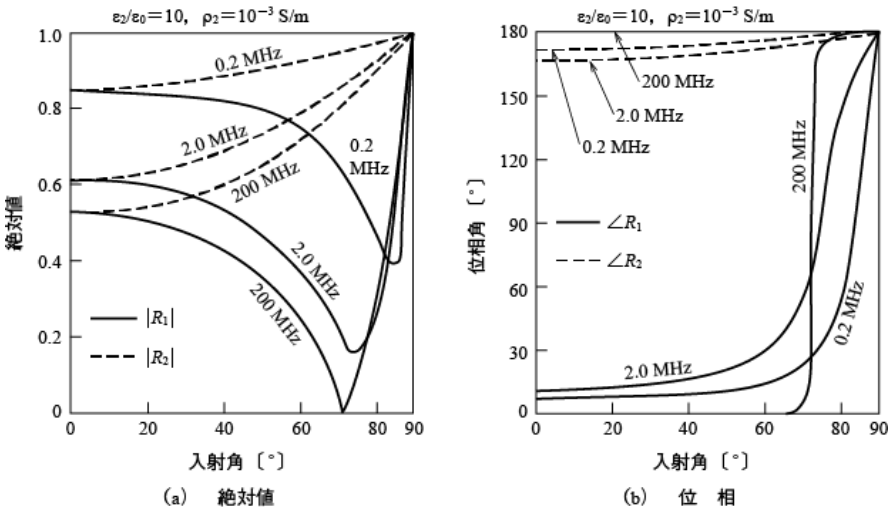


図 2・6 フレネルの反射係数 (湿土)

■4群 - 2編 - 2章

2-4 電磁波の放射

(執筆者：澤谷邦男) [2010年3月 受領]

2-4-1 電流による放射

波源の存在しない空間では、波動方程式は式(2・47)、(2・48)で与えられるように同次ベクトルヘルムホルツ方程式となるが、波源から放射を扱う場合には式(2・39)や(2・40)の非同次ベクトルヘルムホルツ波動方程式を解く必要がある。しかしながら、これらの方程式を直接解くことは困難であり、通常はまずベクトルポテンシャルあるいはヘルツベクトルを求め、次にこれらを微分することにより電磁界を求める。

複素誘電率と透磁率 $\hat{\epsilon}$ 、 μ の空間に電流源だけが存在する場合のマクスウゼルの方程式は式(2・34)~(2・37)で与えられる。ここで、 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ であることから

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad \left(\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \quad (2 \cdot 70)$$

で定義されるベクトルポテンシャル \mathbf{A} を導入する。これを式(2・34)に代入すると、 $\nabla \times (\mathbf{E} + j\omega\mathbf{A}) = 0$ となることから

$$\mathbf{E} + j\omega\mathbf{A} = -\nabla\phi \quad (2 \cdot 71)$$

で定義されるスカラポテンシャル ϕ を導入する。これを式(2・35)に代入し、ローレンツの条件

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + j\omega\hat{\epsilon}\mu\phi = 0 \quad (2 \cdot 72)$$

を用いることにより、ベクトルポテンシャルに対してヘルムホルツ型の非同次波動方程式

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}_0 \quad (2 \cdot 73)$$

が得られる。また、式(2・37)よりスカラポテンシャルに関するヘルムホルツ型の非同次波動方程式

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = -\frac{\rho_0}{\hat{\epsilon}} \quad (2 \cdot 74)$$

が得られる。これらの方程式を解くことにより、ベクトルポテンシャルとスカラポテンシャルが得られれば、式(2・70)と式(2・71)を用いることにより、電磁界を求められることができるが、実際にはローレンツの条件によってベクトルポテンシャルとスカラポテンシャルの関係が与えられているので、ベクトルポテンシャルだけを求めることにより、電磁界は

$$\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{A} - \nabla\phi = -j\omega \left(\mathbf{A} + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \cdot \mathbf{A} \right) \quad (2 \cdot 75)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}$$

より求められる。また、散乱体が存在しない自由空間では式(2・73)の波動方程式の解は、自由空間のスカラグリーン関数

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} = \frac{1}{4\pi} \phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}'),$$

$$\phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (2 \cdot 76)$$

を用いて

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \mathbf{J}_0(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV' \quad (2 \cdot 77)$$

により求められる。ここで、 \mathbf{r} 及び \mathbf{r}' は図 2・7 に示すように観測点及び波源の座標であり、 $\int_V dV'$ は波源を含むすべての空間にわたる波源座標に関する体積積分を表す。これにより、電流源 \mathbf{J}_0 の分布が分かっているならば、ベクトルポテンシャル \mathbf{A} が式(2・77)より求められ、電磁界は式(2・75)により与えられる。

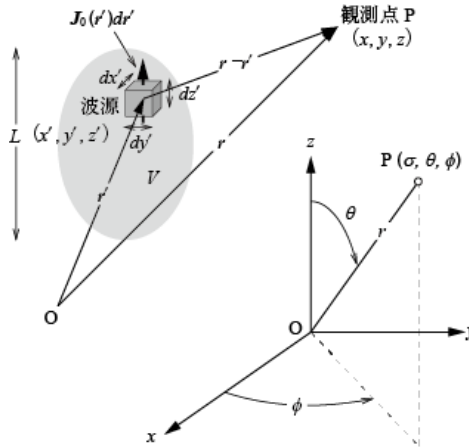


図 2・7 波源と観測点

なお、式(2・75)の偏微分において、 $\nabla \phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = -\nabla' \phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ などの性質を利用してベクトル演算を行うと、電磁界は

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_V \left\{ -j\omega\mu \mathbf{J}_0(\mathbf{r}') \phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}') + \frac{\rho_0(\mathbf{r}')}{\epsilon} \nabla' \phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \right\} dV'$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_V \mathbf{J}_0(\mathbf{r}') \nabla' \phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}') dV' \quad (2 \cdot 78)$$

と表すこともできる。ここで、 ρ_0 は印加電荷密度である。

2-4-2 電気双極子による放射

図 2・8 に示すように、 l を隔てて正弦状に振動する $\pm Q$ の二つの電荷を電気双極子あるいは電気双極子と呼び、電気双極子モーメントは

$$\mathbf{p} = Ql\hat{z} = \frac{Il}{j\omega}\hat{z} \quad (2 \cdot 79)$$

で与えられる。また、この電気ダイポールは電流密度が

$$\mathbf{J}_0(\mathbf{r}') = j\omega\mathbf{p}\delta(\mathbf{r}') = Il(\mathbf{r}')\hat{z} \quad (Il = j\omega Ql) \quad (2 \cdot 80)$$

で与えられる電流源と等価であり、素電流とも呼ばれている。ここで、 $\delta(\mathbf{r}') = \delta(x')\delta(y')\delta(z')$ は三次元のデルタ関数である。

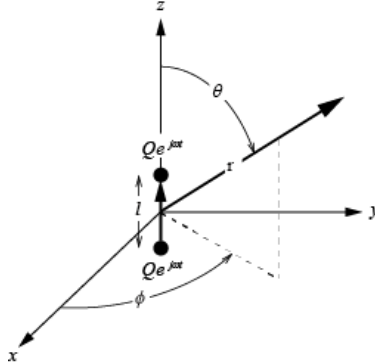


図 2・8 電気ダイポール

式(2・80)の電流密度を式(2・77)に代入することにより、ベクトルポテンシャルは

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu Il}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{z} \quad (2 \cdot 81)$$

となり、また電磁界は式(2・75)により

$$\left. \begin{aligned} E_r &= \frac{Il e^{-jkr}}{j2\pi\omega\epsilon} \left(\frac{1}{r^3} + \frac{jk}{r^2} \right) \cos\theta \\ E_\theta &= \frac{Il e^{-jkr}}{j4\pi\omega\epsilon} \left(\frac{1}{r^3} + \frac{jk}{r^2} - \frac{k^2}{r} \right) \sin\theta \\ H_\phi &= \frac{Il e^{-jkr}}{4\pi} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{jk}{r} \right) \sin\theta \\ E_\phi &= H_r = H_\theta = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 82)$$

となる。ここで、 r^{-3} に比例する項は静電界における電気ダイポールから生じる電界に e^{-jkr} をかけたものに等しく、準静電界成分と呼ばれている。また、 r^{-2} に比例する項は誘導界と呼ばれており、特に磁界はビオ・バザールの法則を使って求めた定常電流からの磁界に e^{-jkr} をかけたものに等しい。 r^{-3} 、 r^{-2} に比例する項は近傍界あるいは誘導界と呼ばれている。 r^{-1} に比例する項は十分遠方まで到達する球面波を表しており、遠方電磁界あるいは放射電磁界と呼ばれている。 E_0 に着目すると、これらの三つの項は $kr=1$ でその絶対値が等しくなり、 $kr < 1$ では準静電界が、また $kr > 1$ では放射界がそれぞれ優勢となる。

2-4-3 磁流源による放射

次に、磁流源だけが存在する場合を考える。この場合、マクスウェルの方程式は

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} + \mathbf{J}_{0m} \quad (2 \cdot 83)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\dot{\epsilon}\mathbf{E} \quad (2 \cdot 84)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = \frac{\rho_{0m}}{\mu} \quad (2 \cdot 85)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2 \cdot 86)$$

となる。 $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ であることから、磁気型ベクトルポテンシャルを

$$\mathbf{D} = -\nabla \times \mathbf{A}_m \quad \left(\mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \mathbf{A}_m \right) \quad (2 \cdot 87)$$

で定義する。電気型ベクトルポテンシャルの導入の手順により波動方程式は

$$\nabla^2 \mathbf{A}_m + k^2 \mathbf{A}_m = -\dot{\epsilon} \mathbf{J}_{0m} \quad (2 \cdot 88)$$

が得られ、電磁界は

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \mathbf{A}_m \quad (2 \cdot 89)$$

$$\mathbf{H} = -j\omega \left(\mathbf{A}_m + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \cdot \mathbf{A}_m \right) \quad (2 \cdot 90)$$

により求められる。また、自由空間では

$$\mathbf{A}_m(\mathbf{r}) = \frac{\dot{\epsilon}}{4\pi} \int_V \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \mathbf{J}_{0m}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV' \quad (2 \cdot 91)$$

により磁気型ベクトルポテンシャルが求められる。

2-4-4 磁気ダイポールによる放射

図2・9のように、波長に比べて十分に小さい微小電流ループは、磁気双極子モーメントが

$$\mathbf{p}_m = IS \hat{\mathbf{z}} \quad (2 \cdot 92)$$

で与えられる磁気双極子あるいは磁気ダイポールと等価である。ここで、 I はループ電流、 S はループの面積である。この磁気ダイポールの磁流密度は

$$\mathbf{J}_{0m}(\mathbf{r}') = j\omega\mu IS \delta(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{z}} = j\omega\mu \mathbf{p}_m \delta(\mathbf{r}') \quad (2 \cdot 93)$$

で与えられ、これを式(2・91)に代入することにより、磁気型ベクトルポテンシャルは

$$\mathbf{A}_m(\mathbf{r}) = \frac{j\omega\mu\epsilon IS}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{\mathbf{z}} \quad (2 \cdot 94)$$

となり、また電磁界は

$$\begin{aligned}
 E_\phi &= -\frac{j\omega\mu IS e^{-jkr}}{4\pi} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{jk}{r} \right) \sin\theta \\
 H_r &= \frac{IS e^{-jkr}}{2\pi} \left(\frac{1}{r^3} + \frac{jk}{r^2} \right) \cos\theta \\
 H_\theta &= \frac{IS e^{-jkr}}{4\pi} \left(\frac{1}{r^3} + \frac{jk}{r^2} - \frac{k^2}{r} \right) \sin\theta \\
 E_r = E_\theta = H_\phi &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.95}$$

となる。電磁界の各成分の表示式を式(2.82)の電気ダイポールの場合と比較すると、電気ダイポールから生じる電界と磁界の役割が入れ替わっていることが分かる。

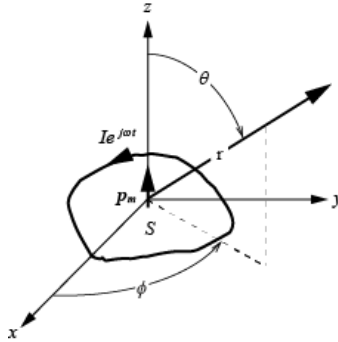


図 2.9 微小電流ループ

2-4-5 電流源と磁流源による放射

電流源と磁流源が混在する場合には、それから生じる電磁界の和、すなわち

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E} &= -j\omega \left(\mathbf{A} + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \cdot \mathbf{A} \right) - \frac{1}{\dot{\epsilon}} \nabla \times \mathbf{A}_m \\
 \mathbf{H} &= \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} - j\omega \left(\mathbf{A}_m + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \times \mathbf{A}_m \right)
 \end{aligned}
 \tag{2.96}$$

となる。なお、式(2.78)の導出と同様に、式(2.96)は

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi} \int_V \left\{ -j\omega\mu \mathbf{J}_0(\mathbf{r}') \phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}') - \mathbf{J}_{0m}(\mathbf{r}') \times \nabla' \phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}') + \frac{\rho_0(\mathbf{r}')}{\dot{\epsilon}} \nabla' \phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \right\} dV' \\
 \mathbf{H}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi} \int_V \left\{ -j\omega \dot{\epsilon} \mathbf{J}_{0m}(\mathbf{r}') \phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}') + \mathbf{J}_0(\mathbf{r}') \times \nabla' \phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}') + \frac{\rho_{0m}(\mathbf{r}')}{\mu} \nabla' \phi(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \right\} dV'
 \end{aligned}
 \tag{2.97}$$

と表すことができる。

ベクトルポテンシャル \mathbf{A} 、 \mathbf{A}_m の代わりにヘルツベクトル \mathbf{II} 、 \mathbf{II}_m を用いる場合もある。電気型ベクトルポテンシャル \mathbf{A} と電気型ヘルツベクトル \mathbf{II} 、及び磁気型ベクトルポテンシャル \mathbf{A}_m と磁気型ヘルツベクトル \mathbf{II}_m の間にはそれぞれ

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= j\omega\dot{\epsilon}\mu\mathbf{\Pi} \\ \mathbf{A}_m &= j\omega\dot{\epsilon}\mu\mathbf{\Pi}_m \end{aligned} \quad (2 \cdot 98)$$

の関係があるので、ヘルツベクトルを用いた場合の電磁界は

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \nabla\nabla\cdot\mathbf{\Pi} + k^2\mathbf{\Pi} - j\omega\mu\nabla\times\mathbf{\Pi}_m \\ \mathbf{H} &= j\omega\dot{\epsilon}\nabla\times\mathbf{\Pi} + \nabla\nabla\cdot\mathbf{\Pi}_m + k^2\mathbf{\Pi}_m \end{aligned} \quad (2 \cdot 99)$$

で与えられる。また、ヘルツベクトルが満たす波動方程式は

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2\mathbf{\Pi} + k^2\mathbf{\Pi} &= -\frac{\mathbf{J}_0}{j\omega\dot{\epsilon}} \\ \nabla^2\mathbf{\Pi}_m + k^2\mathbf{\Pi}_m &= -\frac{\mathbf{J}_{0m}}{j\omega\mu} \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 100)$$

であり、自由空間では

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{\Pi}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi j\omega\dot{\epsilon}} \int_V \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \mathbf{J}_0(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV' \\ \mathbf{\Pi}_m(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi j\omega\mu} \int_V \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \mathbf{J}_{m0}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV' \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 101)$$

で与えられる。

2-4-6 遠方界

アンテナから十分遠方、すなわち図 2-7 において、アンテナの最大寸法を L 、波長を λ としたとき、 $r \gg L$ 、 $r \gg \lambda$ が満足されれば、式(2-77),(2-91)において

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} &\sim \frac{1}{r} \\ \exp(-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) &\sim \exp[-jk(r-x'\sin\theta\cos\phi-y'\sin\theta\sin\phi-z'\cos\theta)] \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 102)$$

と近似できることから、電気型ベクトルポテンシャル \mathbf{A} と磁気型ベクトルポテンシャル \mathbf{A}_m は

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}) &\sim \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \int_V e^{jk(x'\sin\theta\cos\phi+y'\sin\theta\sin\phi+z'\cos\theta)} \mathbf{J}_0(\mathbf{r}') dV' \\ \mathbf{A}_m(\mathbf{r}) &\sim \frac{\dot{\epsilon}}{4\pi} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \int_V e^{jk(x'\sin\theta\cos\phi+y'\sin\theta\sin\phi+z'\cos\theta)} \mathbf{J}_{0m}(\mathbf{r}') dV' \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 103)$$

となる。また、これらのベクトルポテンシャルを用いて、遠方電磁界は

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &\sim j\omega \left(\hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{A} + \sqrt{\frac{\mu}{\dot{\epsilon}}} \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{A}_m \right) = -j\omega \left\{ \mathbf{A}_\theta \hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{A}_\phi \hat{\boldsymbol{\phi}} + \sqrt{\frac{\mu}{\dot{\epsilon}}} (\mathbf{A}_{m\theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{A}_{m\phi} \hat{\boldsymbol{\phi}}) \right\} \\ \mathbf{H} &\sim -j\omega \left(\sqrt{\frac{\dot{\epsilon}}{\mu}} \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{A} - \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{A}_m \right) = j\omega \left\{ \sqrt{\frac{\dot{\epsilon}}{\mu}} (\mathbf{A}_\theta \hat{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{A}_\phi \hat{\boldsymbol{\phi}}) - \mathbf{A}_{m\theta} \hat{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{A}_{m\phi} \hat{\boldsymbol{\phi}} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 104)$$

で与えられる。

■4群 - 2編 - 2章

2-5 等価定理

(執筆者：澤谷邦男) [2010年3月 受領]

2-5-1 ラブの等価定理

図 2・10(a)に示すように、波源や散乱体がある場合に、これらからの放射界と散乱界を直接求めてもよいが、その代わりに閉じた面 S 上の電磁界から放射界を求めることもできる。すなわち、波源や散乱体を囲む閉じた面 S 上の電磁界 E_s, H_s をなんらかの方法で求めることができる場合は、これらを等価的な面電流と面磁流

$$\begin{aligned} J_s &= \hat{n} \times H_s \\ M_s &= E_s \times \hat{n} \end{aligned} \tag{2・105}$$

で置き換え、これらが閉じた面 S 上に分布するものとして S の外側の電磁界を求めることができる。ここで、 \hat{n} は面 S から外向きの法線ベクトルである。このようにして電磁界を求める方法はラブの等価定理と呼ばれている⁹⁾。

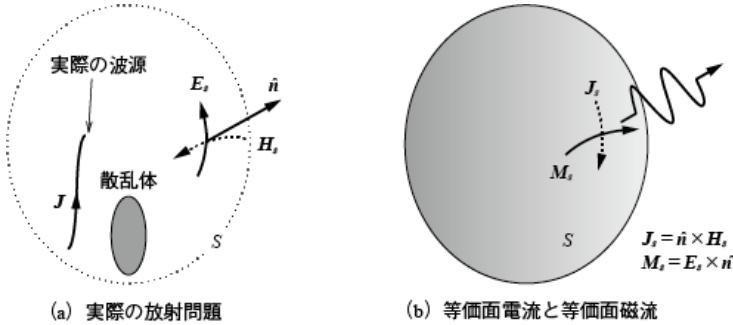


図 2・10 ラブの等価定理

2-5-2 シェルクノフの等価定理

ラブの等価定理では、閉じた面 S 上の等価面電流 J_s と等価面磁流 M_s の両方が必要である。これに対してシェルクノフの等価定理は J_s か M_s のどちらかを用いる方法である。図 2・10(a)に示す問題を直接解く代わりに、図 2・11(a)に示すように面 S 上に等価面磁流 M_s を置き、面 S を電気的完全誘導（電気壁）で置き換えて放射界を求めることができる。また、図 2・11(b)に示すように面 S 上に等価面電流 J_s を置き、面 S を磁氣的完全導体（磁気壁）で置き換えて放射界を求めることもできる⁹⁾。

図 2・10(a)の問題をラブの等価定理及びシェルクノフの等価定理を用いて解く場合、等価面電流 J_s と等価面磁流 M_s の両方を用いる方法と、等価面電流 J_s だけを用いる方法、及び等価面磁流 M_s だけを用いる方法の 3 種類があることになる。もし、等価面電流 J_s と等価面磁流 M_s が厳密に求められれば、これらの解はすべて等しくなる。しかしながら、実際には等価面電流 J_s と等価面磁流 M_s は近似的に求められる場合が多く、三つの解は一致しない場合もある⁸⁾。

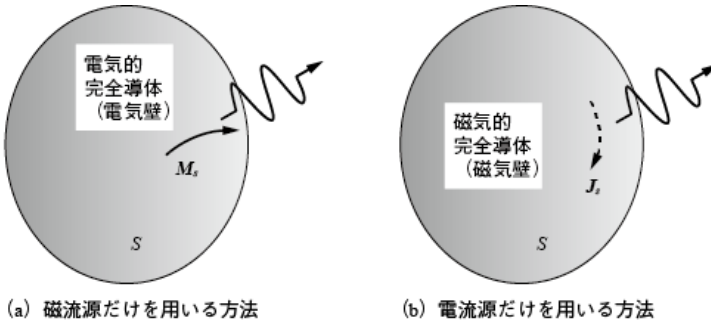


図 2・11 シェルクノフの等価定理

■4群 - 2編 - 2章

2-6 開口面による放射

(執筆者：澤谷邦男) [2010年3月 受領]

図 2・12 に示すホーンアンテナや、反射鏡アンテナ、レンズアンテナなどのアンテナは開口面から電磁波を放射しているものと考えられることから開口面アンテナからの放射を求める際に前述の等価定理が適用される場合が多い⁸⁾。まず、図 2・13 に示すように、閉じた面として開口面 A を含む S_1 と半球面 S_2 を考え、半球面 S_2 の半径を無限大に近づけると、 S_2 上の等価電磁流からの放射は消失するので、 S_1 上の等価電磁流からの放射だけを考えればよい。更に S_2 上での開口面 A 以外では電磁界は存在しないものと近似すると、ラブの等価定理を適用することにより、このアンテナからの放射界は開口面 A 上の等価電磁流 $\mathbf{J}_s = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_s$ 及び $\mathbf{M}_s = \mathbf{E}_s \times \hat{\mathbf{n}}$ からの放射界として求めることができる。このときの電気型及び磁気型ベクトルポテンシャルは

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}) &= \frac{\mu}{4\pi} \int_A \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} [\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}(\mathbf{r}')] dS' \\ \mathbf{A}_m(\mathbf{r}) &= \frac{\dot{\epsilon}}{4\pi} \int_A \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} [\mathbf{E}(\mathbf{r}') \times \hat{\mathbf{n}}] dS' \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 106)$$

となる。ここで、 $\int_A dS'$ は開口面 A 上での波源の座標に関する面積分を表す。また、電磁界は式(2・96)または遠方界の場合は式(2・104)より求められる。

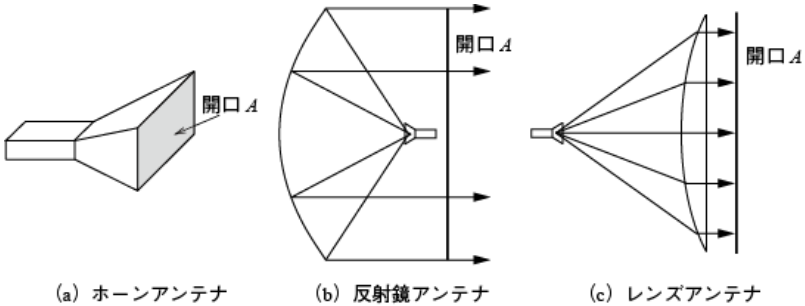


図 2・12 開口面アンテナ

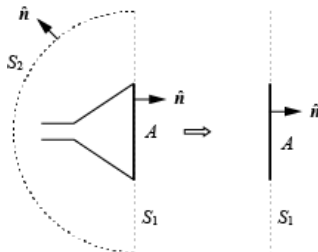


図 2・13 開口面アンテナへの等価定理の適用

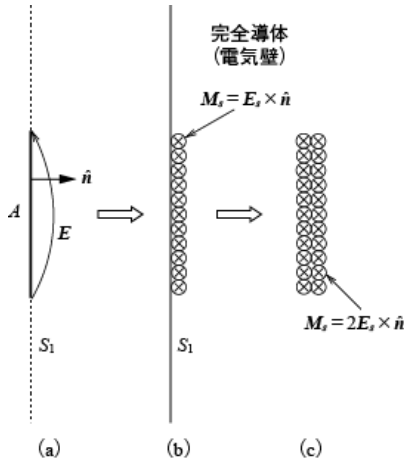


図 2・14 開口面アンテナへのシュルクノフの等価定理の適用

一方、シュルクノフの等価定理を用いることにより、開口面 A 上の等価面電流 $\mathbf{J}_s = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_s$ または等価面磁流 $\mathbf{M}_s = \mathbf{E}_s \times \hat{\mathbf{n}}$ の一方を用いれば放射界を求めることができる。等価面磁流 \mathbf{M}_s だけを用いる方法を図 2・14 に示す。まず開口面上の電界から等価面磁流 \mathbf{M}_s を求め、図(b)に示すように面 S_1 を完全導体（電気壁）で置き換える。 S_1 の右側の電磁界に着目すると、 S_1 が平面の場合には等価面磁流の影像磁流を考えて、図(c)のように等価面磁流を $\mathbf{M}_s = 2\mathbf{E}_s \times \hat{\mathbf{n}}$ として平面の完全導体を取り除くことができる。このときのベクトルポテンシャルは

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}) &= 0 \\ \mathbf{A}_m(\mathbf{r}) &= \frac{2\hat{\epsilon}}{4\pi} \int_A \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} [\mathbf{E}(\mathbf{r}') \times \hat{\mathbf{n}}] dS' \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 107)$$

となる。このようにして、等価面磁流だけを用いることにより、開口面からの放射を求めることができる。また、等価面電流だけを用いる場合のベクトルポテンシャルは

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}) &= \frac{2\mu}{4\pi} \int_A \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} [\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}')] dS' \\ \mathbf{A}_m(\mathbf{r}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 108)$$

となる⁸⁾。

■4群 - 2編 - 2章

2-7 電磁界の双対性とバビネの原理

(執筆著者：澤谷邦男) [2010年3月 受領]

2-7-1 電磁界の双対性

マクスウェルの方程式では電界と磁界の間に対称性がある。これを利用することにより、ある問題に対する電磁界を求めることにより、これと双対な電磁界を求めることができる。図2・15(a)に示す問題における電磁界を E_1, H_1 とし、同図(b)に示すように電磁流源 J_0, J_{0m} 及び電氣的完全導体、磁氣的完全導体をそれぞれ磁流源 J_{0m} 、電流源 J_0 及び磁氣的完全導体、電氣的完全導体に置き換えたときの電磁界を E_2, H_2 とすると、これらの間には

$$\begin{aligned} E_1 &= Z_0^2 H_2 \\ H_1 &= -E_2 \end{aligned} \tag{2・109}$$

の関係が成立する。ここで、 Z_0 は式(2・51)で与えられる媒質の固有インピーダンスである。式(2・109)の関係は電磁界の双対性と呼ばれている。

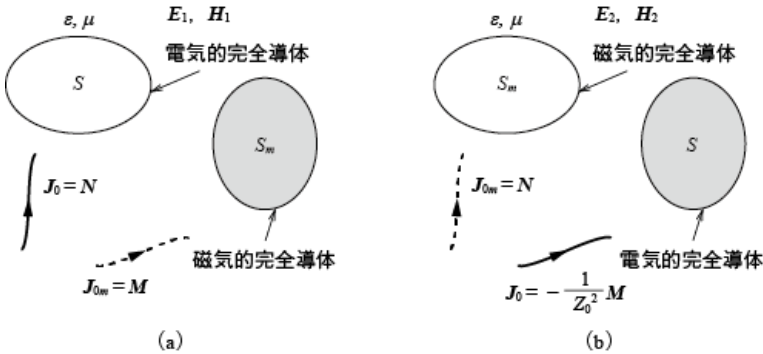


図 2・15 電磁界の双対性

2-7-2 バビネの原理

図2・16(a)に示すように、 xy 平面に平面導体 S があり、平面に対して対称な電流源 N, N' がある場合の電磁界 E_1, H_1 とする。次に図(b)のように xy 平面で S に相当する部分が開口となっており、それ以外の平面 \bar{S} に完全導体があり、かつ逆対称な磁流源 $N, -N'$ が置かれた場合の電磁界を E_2, H_2 とする。図(a)の場合は対称電流源であるために、平面 \bar{S} 上で境界の接線成分が0であることから、 S 以外の xy 平面 \bar{S} は磁氣的完全導体とみなすことができる。また、図(b)では逆対称な磁流源であるので、 S を磁氣的完全導体とみなすことができる。電磁界の双対性を利用すると、二つの電磁界の間には

$$E_1 = \pm Z_0^2 H_2, \quad H_1 = \mp E_2, \quad z \geq 0 \tag{2・110}$$

の関係が成立する。これをバビネの原理と呼ぶ^{7),9)}。また、 S と \bar{S} を重ねると完全な1枚の無

限平面となるので、このような関係にある面をお互いに補対であるという。

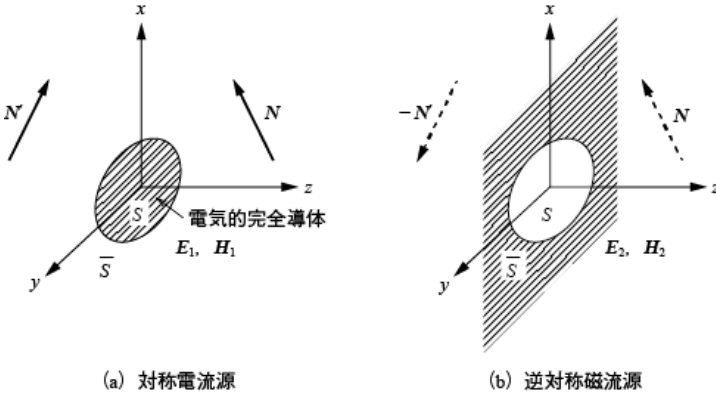


図 2・16 バビネの原理

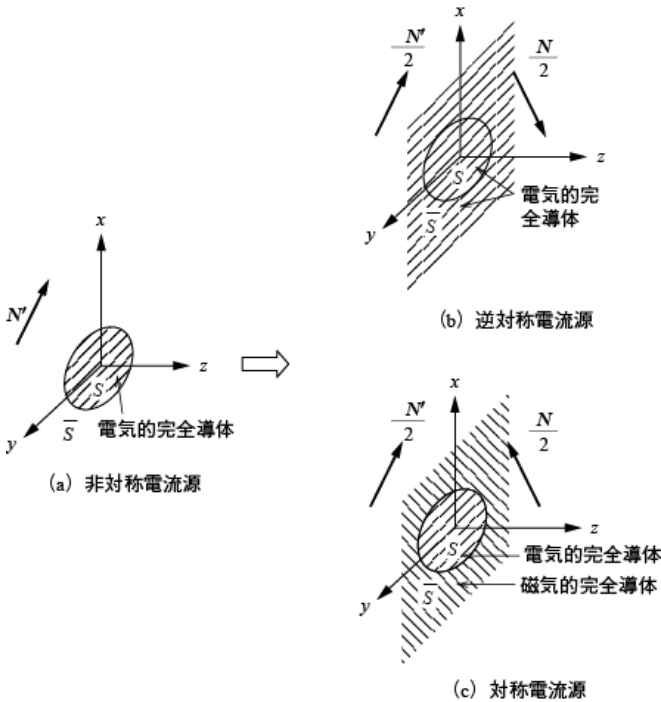


図 2・17 非対称電流源

バビネの定理を用いることにより、図 2・16 に示すような対称電流源あるいは逆対称磁流源だけでなく、図 2・17(a) に示すような非対称な波源が存在する場合についても扱うことができ

る。すなわち、図(a)の電流源の問題は z 軸に対して逆対称な電流源と対称な電流源の和と考えることができる。逆対称電流源の場合には S と \bar{S} はともに完全導体平面で置き換えることができ、映像法を用いることにより厳密な電磁界を求めることができる。したがって、図(c)の対称電流源の問題を解くことができれば図(a)の電磁界を求めることが可能である。同様に、非対称な磁流源が存在する場合は、 z 軸に対して対称な磁流源と逆対称な磁流源の和と考えることもでき、対称磁流源の場合には S と \bar{S} はともに電氣的完全導体で置き換えることができる。したがって、図 2・16(a)または(b)の一方の電磁界を求めることができれば、非対称な電磁流源の場合の電磁界を求めることが可能である⁹⁾。

■4群 - 2編 - 2章

2-8 アンテナの界領域¹⁾

(執筆者：前田忠彦) [2010年3月 受領]

アンテナ周囲の電磁界分布の性質はアンテナの大きさと観測距離によって異なる。この原因を大きく分けると、アンテナが例えば点波源であっても発生するものと、アンテナが広がりをもつために発生するものの2種類の要因からなる。波長に比べて十分近い領域では準静電界や誘導電磁界が主要な成分であり、これらは放射に寄与しないリアクティブな成分である。点波源の極近傍では電磁界は距離の3乗に比例して変化するが、1波長程度の距離では放射界が優勢となる。一方、波源が広がりをもつ場合、空間的に分布した波源からの寄与は、観測点においての波源分布のそれぞれの寄与の複素的な重ね合わせとして観測される。このため、フレネル領域と呼ばれる距離によってアンテナの放射パターンが変化する領域が存在する。アンテナから十分離れた領域では放射電磁界は球面波となり、距離によるパターンの変化はなくなる。方形均一波源分布の近傍領域、フレネル領域、遠方領域での電界分布を図2・18に示す。アンテナからの距離の増加にもなって界領域の種類が徐々に変化するため領域間の明確な境界は存在しない。

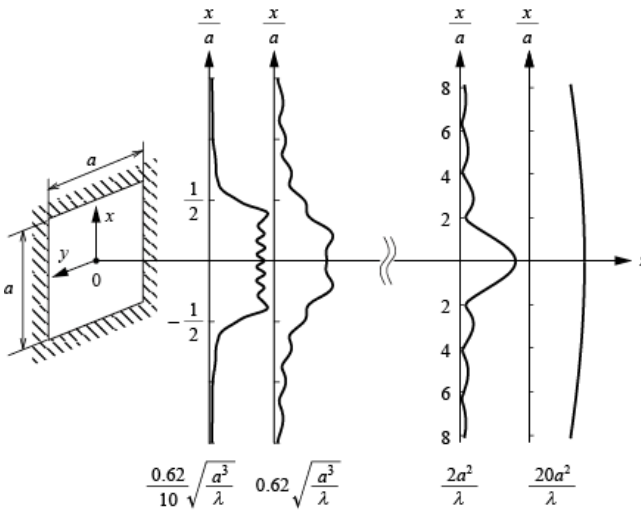


図2・18 方形均一波源分布の近傍領域、フレネル領域、遠方領域での電界分布

2-8-1 近傍界

図2・19の最大寸法 D である波長に比べて大きな開口面波源を考え、波源位置 x' からの観測点までの距離 R を原点からの観測点までの距離 r と波源位置 x' によって余弦定理を用いて表すと

$$R = [r^2 + \{-2r \cos \theta x' + (x')^2\}]^{1/2} \quad (2 \cdot 111)$$

となる。これを二項定理で展開すると次式を得る¹⁰⁾。

$$R = r - x' \cos \theta + \frac{(x')^2 \sin^2 \theta}{2r} + \frac{(x')^3 \sin^2 \theta \cos \theta}{2r^2} + \dots \quad (2 \cdot 112)$$

ここで、近傍界とフレネル領域の境界を定める基準を考える。\$r\$ が大きい場合に第 3 項目以降の寄与は小さくなる。これらの高次項の大きさに基準を設ける。波源位置の最大値は \$D/2\$ であるため、第 4 項目の値の最大値が \$\lambda/16\$ となる条件を採用すると、近傍界とフレネル領域の境界の距離は \$\sqrt{\frac{2D^3}{3\sqrt{3}\lambda}} = 0.62\sqrt{\frac{D^3}{\lambda}}\$ となる。

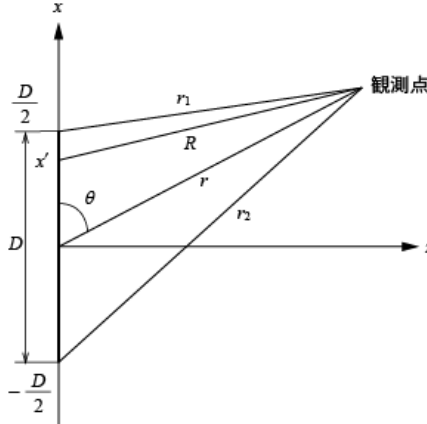


図 2・19 長さ \$D\$ の線状波源と観測点の距離

2-8-2 フレネル領域

波長に比べて大きな開口面波源の近傍界と遠方界の間にはフレネル領域^{1), 11)}と呼ばれる偏移領域が存在し、アンテナの放射パターンが距離により変化する。この理由は、①開口の中心と開口の端部の距離差に相当する位相差が生じ、同位相では受信されないこと、②伝搬距離の違いから振幅分布が開口上で均一にはならないことの 2 点があげられる。フレネル領域で指向性を測定すると、主ビームと第一サイドローブの間の落込みが少なくない、いわゆるショルダーが観測される。

ここで、開口の中心線上の観測点と開口の端部から観測点までの距離差は

$$\Delta R = \frac{D^2}{8R} \quad (2 \cdot 113)$$

であるので、アンテナからの距離 \$R\$ を大きくすることにより、上記の振幅と位相に関わる誤差は低減していく。

なお、アンテナの計算では式(2・112)の第 1 項と第 3 項に対応して、振幅と位相について次に示すフレネル近似がよく用いられている。

$$\frac{e^{-jkR}}{R} \cong \frac{1}{r} e^{-jk\left(r + \frac{x'^2}{2r}\right)} \quad (2 \cdot 114)$$

2-8-3 遠方領域

大きさ D の広がりをもった開口からの放射を考える場合に、フレネル領域と遠方領域の境界もアンテナの中心とアンテナの縁との距離差が $\lambda/16$ となる距離で定義される¹⁾。この距離 R_p は式(2・112)第3項目の値 $\lambda/16$ となる条件に相当し

$$R_p = \frac{2D^2}{\lambda} \quad (2 \cdot 115)$$

となる。放射パターンが距離により変化しないことが遠方界の条件の一つであり、 R_p は比較的利得の高いアンテナの測定に必要な測定距離を決めるための条件の一つに相当する。被測定アンテナのサイドローブが -30 dB 程度以下の場合には十分な距離とはならないことに注意を要する^{12), 13)}。

図 2・20 に示すようにフレネル領域の範囲はアンテナの大きさに依存しており、小形のアンテナほど小さいことが分かる。実際アンテナの最大寸法が波長程度以下の場合には、複雑な位相の変化による干渉は起こらず、フレネル領域は存在しないと考えてよい。この場合、静電界、誘導界及び放射界の寄与が同一となる距離 $\lambda/2\pi$ の点を近傍界と放射界の境界と考えることができる。

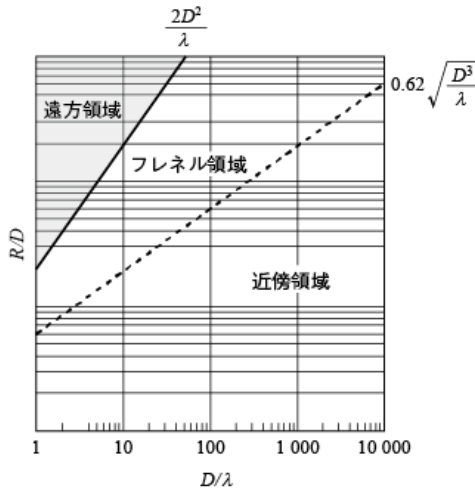


図 2・20 アンテナの界領域分布

■4群 - 2編 - 2章

2-9 アンテナの基本的な定数

(執筆者：前田忠彦) [2010年3月 受領]

2-9-1 放射電力と放射抵抗

(1) 放射電力

アンテナは給電点から入力された電力を空間に放射する。ここで、図 2・21 に示すように、このアンテナを中心とし、これを取り囲む半径が波長に比べて十分大きい仮想的な球面を考える。この球面上にはアンテナの放射指向性に対応して電界 $\mathbf{E}(r, \theta, \phi)$ が分布することになる。ここでは、中心から外部に向かって伝搬する波だけを考慮しているので、球座標系においてこの球面上での電力密度 $|\mathbf{E}(r, \theta, \phi)|^2/Z_0$ を全立体角にわたって面積分すると、アンテナから外部に向かって放射される全電力を求めることができる。この値は放射電力と呼ばれる。

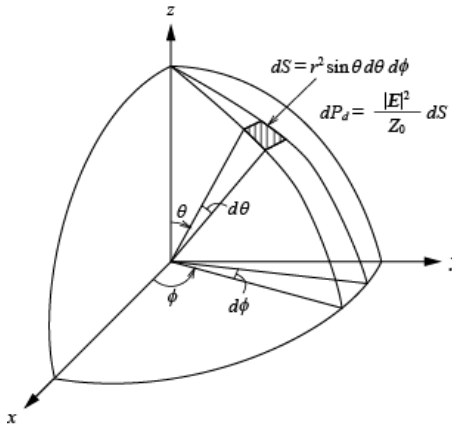


図 2・21 放射電力の計算

(2) 放射抵抗

アンテナの給電点に高周波信号源を接続すると高周波電流 \mathbf{J}_0 が流れる。この高周波電流と印加した高周波電圧から求められる複素電力に実数部分はアンテナのインピーダンス整合が不完全な場合には、印加した電力（入射電力）は一部反射し、反射損が発生する。実際にアンテナに入り込んだ電力（入力電力）はアンテナに導体損あるいは誘電体損などがあれば損失となって消費され、それ以外は放射電力となる。すなわち、アンテナに入射された電力は、①反射して反射損に相当されるもの（反射電力）、②熱損失として消費されるもの（損失電力）、③空間に放射されるもの（放射電力）に分けることができる。アンテナの入力インピーダンスの抵抗分の放射に関わる部分を放射抵抗と呼ぶ。一般に、小形アンテナの場合を除いて放射抵抗は損失抵抗よりも十分大きい。放射電力 P_r は放射される全電力であり

$$P_r = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{|\mathbf{E}(r, \theta, \phi)|}{Z_0} r^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (2 \cdot 116)$$

で与えられる。

ここで、アンテナへの入力電力を P_{in} 、損失電力を P_{loss} とすると $P_{in} = P_r + P_{loss}$ であり、放射抵抗 R_r はアンテナの給電点での電流を I として

$$R_r = \frac{P_r}{|I|^2} \quad (2 \cdot 117)$$

となる。以下、放射抵抗の例をあげる。

例：微小ダイポールアンテナ

$$R_r = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \cong 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \quad (2 \cdot 118)$$

l : 微小ダイポールの全長

$$R_r = 320 \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^4 (Sn)^2 \quad (2 \cdot 119)$$

S : ループ面積, n : 巻数

2-9-2 入力インピーダンス

アンテナの給電点での電圧と電流の関係から入力インピーダンスは定義される。入力インピーダンスの実部は放射に関わる放射抵抗と損失にともなう損失抵抗の和である。また、アンテナの入力インピーダンスの虚数部は、アンテナの近傍、特に給電点の近傍での影響や相互作用に関係した値である。したがって、アンテナの放射抵抗はアンテナの放射界が知られていれば求めることが可能である。一方、アンテナの入力インピーダンスの計算は近傍界を含めた解析が必要となり、放射抵抗の計算に比較して複雑である。更に、実際のアンテナの給電部を解析時に詳細にモデル化するのは困難である場合が多いため、リアクタンス成分の実験値と計算値に差異が出ることをしばしば経験する。

アンテナの入力インピーダンスを求める問題は、電流分布を未知関数とする境界値問題に帰着する。その解法は目的と精度によっていくつかに分類される。詳細は10章で述べられているので、ここでは代表的な計算手法の概念的な説明にとどめる。

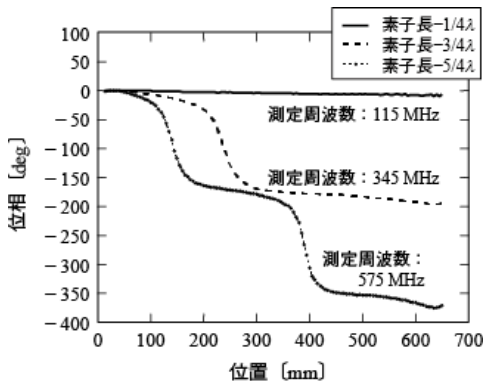


図 2・22 地板上モノポールアンテナ電流分布の位相測定例

ポインティング電力法では、アンテナを取り囲む領域でポインティング電力を積分し放射電力を求め、アンテナの給電電力との比からアンテナの放射抵抗を求める。起電力法は、アンテナの電流分布を正弦波的であるとする計算法である。アンテナの素子が十分に細くアンテナの素子長が半波長程度までであれば、ある程度実用的な制度で入力インピーダンスを求めることが可能である。一方、図 2・22 に示すように、電気長が長くなると電流分布の位相は均一ではなくなる。モーメント法¹⁴⁾は、アンテナを区分的に分割することにより、これらの位相を含めたアンテナ素子上の電流分布の変化を計算結果に反映できる手法である。適切な分割により実用的に十分な精度で入力インピーダンスの計算結果を得ることが多く、広く用いられている。

2-9-3 アンテナ系のインピーダンス

図 2・23 に示す、離れて配列された二つのアンテナの間には相互作用があり、第 1 のアンテナに流れる電流によって発生した電界は第 2 のアンテナに到達し給電点に電圧を発生する。その係数を Z_{21} とし相互インピーダンスと呼ぶ。2 端子対の回路網として考えると、二つの給電点での電圧と電流を次の関係式で記述できる。ただし、 Z_{11}, Z_{22} は自己インピーダンス、 Z_{21}, Z_{12} は相互インピーダンスであり、可逆性より $Z_{12} = Z_{21}$ である。

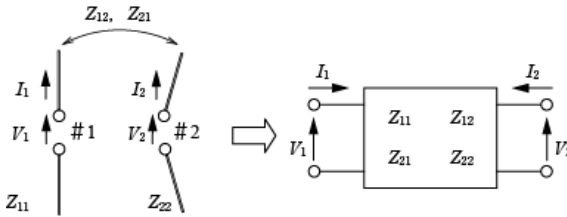


図 2・23 自己インピーダンスと相互インピーダンスとインピーダンス行列

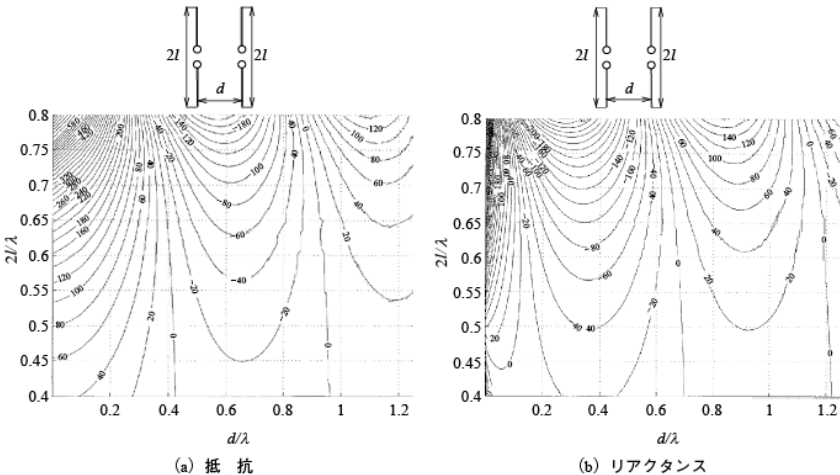


図 2・24 相互インピーダンスの計算値

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad (2 \cdot 120)$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (2 \cdot 121)$$

ここで、給電点に#2が解放されている場合には $I_2 = 0$ となるため $V_1 = Z_{11}I_1$ であり、 Z_{11} は給電点#1での入力インピーダンスとなる。しかしながら、これは素子#1が単独で存在する場合の値とは異なることに注意を要する。あくまでも素子#2が同時に存在し、その給電点#2が解放されていることが必要である。2素子の場合について素子の長さや素子間の間隔を変化させた場合の相互インピーダンスをモーメント法を用いて計算した例を図2・24(a),(b)に示す。

同様に2素子以上の多素子の場合にもアンテナ全体を多端子回路網と考えて各給電点でも電圧と電流の関係をインピーダンス行列を用いて記述することができる。

また、図2・25のような給電回路をアンテナに接続した場合には、①アンテナ系でのインピーダンス行列、②給電回路のインピーダンス行列をそれぞれ記述して、それぞれの接続点である給電点で電圧と電流の条件を合わせることによりアンテナ素子の励振条件が求められる。

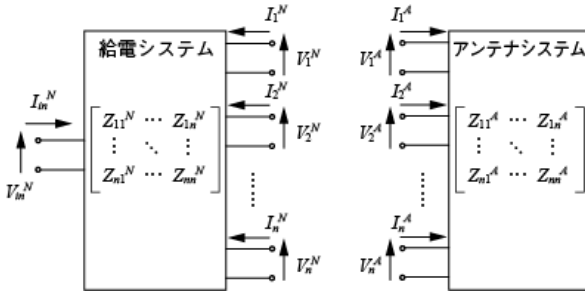


図2・25 アンテナ系・給電系・インピーダンス行列

2-9-4 放射効率

アンテナからの放射電力はアンテナを取り囲む全立体にわたってポインティング電力を面積分することにより求められる。一方、アンテナへの入力電力は入射電力と反射電力の差で与えられる。アンテナの放射効率 η は入力電力と放射電力の比であり、放射抵抗 R_r と損失抵抗 R_{loss} を用いて次のように定義される。

$$\eta = \frac{R_r}{R_r + R_{\text{loss}}} \quad (2 \cdot 122)$$

一般に小形アンテナは放射効率が低くなるため、整合がとれていることに加えて放射効率が重要である。小形アンテナでは整合回路を設けることにより、アンテナの入力インピーダンスを給電線路の特性インピーダンス(例えば 50Ω)と一致させた場合でも、その放射効率が低く能率の悪いアンテナとなることがある。すなわち、整合がとれていることは、アンテナが理想的な状態で動作するための必要条件であって十分条件ではない。具体例として微小ループアンテナでは放射抵抗に比べて大きな損失抵抗をもつことになるため、その放射効率は低い。また、損失抵抗の計算は表皮厚さを考慮して計算される場合が多いが、この場合でもアンテナ素子の断面の周方向には均一の電流分布を仮定する場合が多いため実際の損失抵抗は計算よりも大きくなることを経験する。

2-9-5 SAR (Specific Absorption Rate : 比吸収率)

携帯電話などの携帯無線機器は人体の近傍で使用されるため、アンテナからの放射電力の一部は人体に吸収される。吸収量を規定する基準値がいくつか設けられており、基準に用いられる数値として SAR (比吸収率) [W/kg] がある¹⁵⁾⁻¹⁷⁾。SAR は導電率 σ と比重 ρ 及び電界 E を用いて次のように表される。

$$\text{SAR} = \frac{\sigma}{\rho} |E|^2 \quad (2 \cdot 123)$$

局所 SAR は損失性媒質の微小体積に吸収される電力とその微小体積の重量との比の極源として定義されるが、実際の測定や計算では、ある広がりでの平均をとる必要がある。周波数が低い場合には人体の大きさに比べて波長が十分長いため局所的な SAR ではなく、人体全体の平均 SAR が用いられてきた。これに対して携帯電話などの周波数帯ではアンテナの近傍などで局所的に高い SAR が想定される。このため、局所的な SAR としてピーク SAR が用いられる。また、ピーク SAR の算出には決められた形状や体積及び時間にわたる平均化をする必要があり、立方体で 1 g あるいは 10 g が、また時間では 6 mi¹⁷⁾ や 30 mi¹⁶⁾ が用いられている。

2-9-6 指向性

アンテナから放射される電磁界は観測点の方向と観測点までの距離の関数であるため、近傍領域やフレネル領域では距離により電磁界は変化する。一方、波長に比べて十分遠方は球面波となることから放射パターンは距離に依存しなくなり、電界は次式で与えられる。

$$E(r, \theta, \phi) = D(\theta, \phi) \frac{\exp(-jkr)}{r} \quad (2 \cdot 124)$$

ここで、 $D(\theta, \phi)$ は指向性関数と呼ばれる。

(1) 無指向性、等方性、全方向性

あらゆる方向性に均一に放射する指向性を無指向性あるいは等方性と呼び、 $D(\theta, \phi) = \text{定数}$ に相当する。音波においては球状物体の全表面を均一に収縮させ、このような指向性を実際につくることが考えられるが、ベクトル場である電波の場合には偏波を含めて考えると、このような無指向性のアンテナは実現することはできないため、あくまでも仮想的なものである。これに対して、例えば垂直半波長ダイポールアンテナは垂直偏波を水平面内に均一に放射する。このような指向性を全方向性という。ブラウンアンテナなどの垂直偏波全方向性の指向性を無指向性あるいは水平面内無指向性と表現される場合があるが、無指向性の本来の意味と全方向性との違いについては区別しておく必要がある。図 2・26 はアンテナの指向性パターンの模式図である。

ある程度利得の高いアンテナの指向性は、いくつかのローブとナルにより構成される。最も強い放射を行う方向を主ビーム方向と呼び、またそのローブを主ローブあるいは主ビームと呼ぶ。電界強度が最大放射方向から $1/\sqrt{2}$ 低下 (利得低下 3 dB に相当) する方向の角度範囲を半値角と呼ぶ。主ローブ以外のローブはサイドローブと呼び、特に後方のローブをバックローブと呼ぶ。FB 比 (前後比) とは図のように後方の 120 度の範囲での最大の値と正面の値との比から定義される。

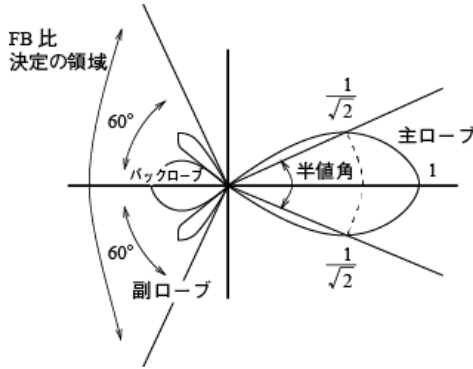


図 2・26 パターンの模式図

(2) 指向性の表示形式

指向性の表示方法には大きく分けて極座標形式と直交座標形式がある。また、強度を表す軸として電界強度表示、電力表示及びデシベル表示がある(図 2・27)。表示形式により図の見え方が変化する。表示例として八木・宇田アンテナの指向性の放射指向性の計算結果を示す。

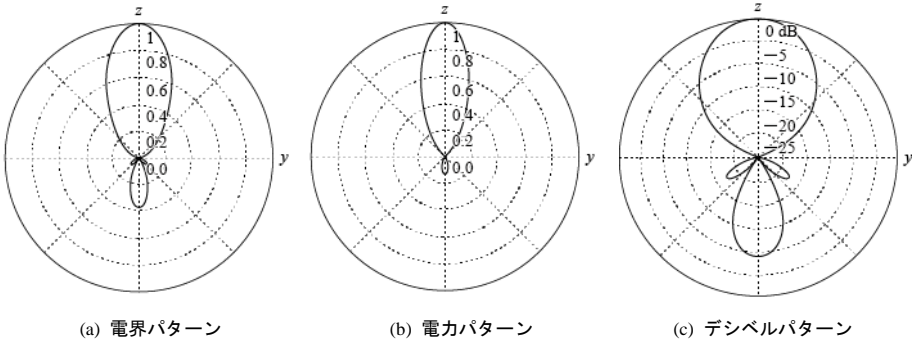


図 2・27 極座標表示

2-9-7 利得

(1) 絶対利得, 相対利得

あるアンテナの利得とは、①そのアンテナのから特定の方向に放射される電波の電力密度と、②基準として考えるアンテナから放射される電波の電力密度の比として定義される。利得は観測方向性の関数であり、無次元の量である。基準アンテナとしては等方性アンテナの及び半波長ダイポールアンテナがよく用いられ、等方性アンテナを基準とした場合の利得を絶対利得、また、半波長ダイポールアンテナなどの基準となるアンテナを用いた場合にはその基準アンテナに対する相対利得と呼ぶ。半波長ダイポールを基準とする相対利得 G_h と絶対利得 G_a との関係は次の式で換算できる。

$$G_a = 1.64 G_h \quad (G_a = G_h + 2.15 \text{ [dB]})$$

(2) 指向性利得

指向性利得とは、アンテナが全立体角のわたって均一に放射する状態を基準として、アンテナが特定の方向に電波を集中させて放射する能力に対応しており、次式で定義される。

$$G_d(\theta, \phi) = \frac{4\pi |\mathbf{E}(r, \theta, \phi)|^2}{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi |\mathbf{E}(r, \theta, \phi)|^2 \sin\theta d\theta} \quad (2 \cdot 125)$$

(3) アンテナと給電線路の整合

アンテナと給電線路との整合の状態を表す指標として、アンテナの入力インピーダンス、電圧定在波比 (VSWR)、反射係数、リターンロスなどが用いられる。線路上の任意の点における入射電圧波反射電圧波の比を反射係数といい、特性インピーダンス Z_0 の給電線路に負荷インピーダンス Z_l が接続されている場合の負荷の位置における反射係数は

$$\Gamma = \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0} \quad (2 \cdot 126)$$

で表される。

リターンロスは入射電力と反射電力の比であり、値が大きいほど整合状態が良い。一方、反射損は不整合に起因する負荷側に供給される電力の減少に対応した量であり、整合状態が良いほど小さい値となる。電圧定在波比 S (VSWR) 及び反射係数と反射損 M の関係⁷⁾は

$$M = \frac{(1+S)^2}{4S} = \frac{1}{1-|\Gamma|^2} \quad (2 \cdot 127)$$

であり、図 2・28 に示すように VSWR が 2 の場合には反射損は 0.5 dB 程度となる。

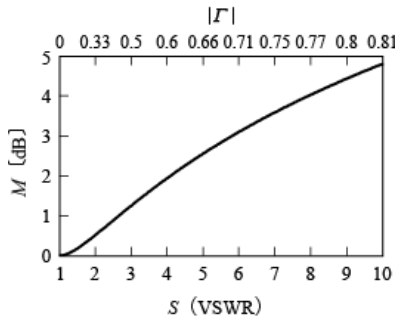


図 2・28 S (VSWR) 及び反射係数 $|\Gamma|$ と反射損 M の関係

(4) 動作利得

アンテナのインピーダンス整合が完全でない場合には、電圧定在波比 S に対応する反射損を生じる。動作利得はアンテナの入力インピーダンスの不整合による反射損とアンテナの入力インピーダンスの放射効率 η を考慮した利得であり、アンテナの動作利得 G_w 、絶対利得

G_a , 指向性利得 G_d の関係は次式で与えられる.

$$G_w = G_a \frac{1}{M} = \eta G_d \frac{1}{M} \quad (2 \cdot 128)$$

アンテナに損失がなく、インピーダンス整合がとれている場合には指向性利得と動作利得は一致する.

(5) 平均実行利得

移動通信環境でのアンテナの実効の評価指数には、測定対象となる電波環境を適切に取り組むことが必要である. 平均実行利得とは到来電波の到来方向確率分布と偏波を考慮して移動通信においてより実効的なアンテナの評価指数を与えようとするものである. 特に所望偏波(主として垂直偏波)と交差偏波のエネルギー比率に注目し、測定環境における垂直偏波と水平偏波の受信電力の中央値の測定結果 (P_v 及び P_h) から交差偏波電力比 XPR は次式で与えられる.

$$\text{XPR} = \frac{P_v}{P_h} \quad (2 \cdot 129)$$

これを用いて MEG (Mean Effective Gain) ¹⁸⁾ は次のように定義される.

$$\text{XEG} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left\{ \frac{\text{XPR}}{1+\text{XPR}} G_\theta(\theta, \phi) P_\theta(\theta, \phi) + \frac{1}{1+\text{XPR}} G_\phi(\theta, \phi) P_\phi(\theta, \phi) \right\} \sin \theta d\theta d\phi \quad (2 \cdot 130)$$

ここで、 $G_\theta(\theta, \phi)$ 及び $G_\phi(\theta, \phi)$ は被測定アンテナの θ と ϕ 成分の動作利得パターン、また $P_\theta(\theta, \phi)$ 及び $P_\phi(\theta, \phi)$ は対応する偏波成分の確率密度関数である. なお、東京都心部での測定結果から、水平偏波の到来度は垂直偏波よりも高めの仰角から到来し、到来電波の角度の分散は水平偏波が 90 度から 60 度と垂直偏波に比べて 2 倍から 3 倍であり、XAR は 6 dB 程度 ¹⁸⁾ と報告されている.

2-9-8 実効長と実行高 ¹⁹⁾

アンテナの給電点の電流はアンテナの素子上の電流分布よりも容易に測定することが可能である. もともと、実行高や実行長は主として波長が長い周波数帯において給電点電流からアンテナのからの放射電界を求めるための指標であった. 垂直アンテナからの放射電力は微小電流素からの電界の寄与にアンテナの素子上の電流分布 $I(x)$ の大きさの重みをかけて積分することで求められる. 積分結果は長さで電流の積の次元をもつため、これを電流値 I_m で割った値は長さの次元となり、これを実行高 h_e と呼ぶ.

$$h_e I_m = \int_0^L I(x) dx \quad (2 \cdot 131)$$

電流 I_m の値として電流分布の最大値 (通常は給電点の電流値) が用いられるのが普通である.

垂直偏波の電界強度は実行高 h_e と給電点電流 $I(0)$ との積 (これをメータアンペアと呼び、送信用接地アンテナの放射能力を表す) により次式で与えられる.

$$E = \frac{j60\pi}{\lambda R} h_e I(0) \quad (2 \cdot 132)$$

垂直接地アンテナであれば電界強度は理想的には2倍となるが、実際には接地状態に依存する。また、半波長ダイポールアンテナと折返し半波長ダイポールアンテナの放射指向性は同一であるが、どの実行高は折返し半波長ダイポールアンテナでは2倍となる。

実行高は偏波整合の状態も含めた指数とするために、スカラからベクトルに拡張されている。ベクトル実行高は偏波整合の整合を含めたアンテナの実行面積に相当するベクトルパラメータで方向の関数であり、複素パターン $h_\theta(\theta, \phi)$, $h_\phi(\theta, \phi)$ を用いて次式で定義される。

$$h_\theta = \hat{a}_\theta h_\theta(\theta, \phi) + \hat{a}_\phi h_\phi(\theta, \phi) \quad (2 \cdot 133)$$

ベクトル実行高(単位:m)と入射電界ベクトル(単位:V/m)の内積は電圧となり、受信アンテナの開放電圧を与える²⁰⁾。なお、ここで共役をとるのは送信アンテナで定義されるベクトル実行高を受信アンテナのとして用いているためである²²⁾。

$$V_{OP} = \mathbf{E}_i \cdot \mathbf{h}_e^* \quad (2 \cdot 134)$$

ここで、 \mathbf{E}_i は入射電界ベクトル、 \mathbf{h}_e はベクトル実行高である。

(1) 実行放射電力

アンテナに供給される電力とアンテナのもつ動作利得の積は無線通信の到達距離やサービスイリアを判断する指標となる。半波長ダイポールアンテナを基準とする相対利得 G_h 及び絶対利得を G_a とすると送信電力が W である場合の電界強度 E が次式で与えられる。

$$E = \frac{7}{d} \sqrt{G_h W} \quad (2 \cdot 135)$$

$$E = \frac{1}{d} \sqrt{30 G_a W} \quad (2 \cdot 136)$$

ここで、 $G_h W$ を実行放射電力、 $G_a W$ を等価等方放射電力(EIRP: Effective Isotropically Radiated Power) という。

2-9-9 実行面積と利得係数

受信アンテナがどれだけの面積にわたる電力密度を取り組むかを表す指数を実行面積と呼ぶ。

実行面積 A_e とアンテナの動作利得 G_w の間には

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_w \quad (2 \cdot 137)$$

の関係がある。

ホーンアンテナやパラボラアンテナのように物理的開口をイメージしやすいアンテナでは面積という概念はとらえやすい。アンテナの開口の全域にわたって、電力を受信するとすれば、開口面積は実行面積と等しくなる(この状態を送信アンテナで考えると開口面全域にわたって均一に電界が分布していることに相当する)が、一般のアンテナではそのようなことはなく、実行面積はアンテナの幾何学的面積以下となることが普通である。アンテナの幾何学的面積以下に対する実行面積の比率は利得係数あるいは開口効率と呼ばれる。ホーンアンテナやパラボラアンテナ開口効率 η は、おおむね50%から80%程度である。

なお、式(2・137)はこの実行面積には導体損による損失は含まれているが、偏波とインピー

ダンスに関わる不整合損失は含まれていないため²¹⁾、これを考慮すると次式²²⁾となる。

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} pqG_n \quad (\text{ただし, } 0 < p < 1, 0 < q < 1) \quad (2 \cdot 138)$$

ここで、 p は偏波整合度と呼ばれ、到来波の偏波と受信アンテナの偏波の一致の度合いを表している。また、 q はインピーダンス整合度であり不整合損失の項に相当している。

このように、アンテナの利得からアンテナの実行開口面積が求まるが、線状アンテナの場合にはアンテナの断面積でアンテナの幾何学的面積を定義するのは適当ではない。

利得から計算される半波長ダイポールアンテナの実行面積は約 $0.13\lambda^2$ である。また、これをエンドファイア形に配列したアンテナの場合はアンテナを正面から見込んだ場合の素子はほとんど重なりあっているが、その利得から計算される実行面積は利得に比例して大きくなる。八木・宇田アンテナに代表されるエンドファイア形のアンテナでは、空間的に広がっている到来電波のエネルギーが伝搬方向に配列された素子の相互作用により放射器に集められていると解釈できる。半波長ダイポールアンテナ²³⁾と八木・宇田アンテナの利得から計算される実行面積を模式的に図 2・29 に示す。

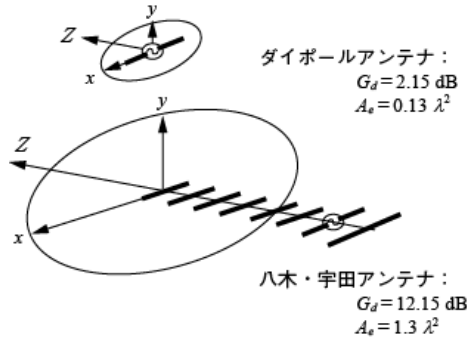


図 2・29 実効面積

2-9-10 雑音温度と G/T

無線通信において通信品質を制限する雑音要素として、鑑賞によるものと熱雑音によるものがある。携帯電話システムのような比較的近距离で多数の無線局が存在し通信するシステムでは、システムの容量は干渉雑音によって規定される場合が多い。これに対して深宇宙通信など、極めて遠方の電波を受信する場合には受信システムの熱雑音をいかに低減できるかが、通信の限界性能を決定する重要な要素である。

アンテナが反射のない理想的な電波暗室内に置かれている場合を考える。アンテナを含む環境が絶対零度の場合、熱雑音は発生しない。一方、絶対零度 T の環境に置かれている場合には温度 T と帯域幅 B に比例した雑音電力

$$P_N = kTB \quad (2 \cdot 139)$$

がアンテナに受信される。ここで、 k はボルツマン定数である。

アンテナの主ビームの向いている部分の電波吸収体の温度が絶対零度であれば、主ビームは雑音電力を受信しないことになる。アンテナは、アンテナを取り組む全立体角から到来す

る雑音電力をアンテナの指向性の重みをつけて受信していることになる。ある方向から到来する単位面積、単位時間、単位立体角、単位周波数（1 Hz）当たりの到来電力を輝度 [W・m⁻²・Hz⁻¹・rad⁻²]¹⁾ という。また、これと等しい電力放射に相当する温度を輝度温度 T_b と呼ぶ。均一に放射しない物体の場合には、物理的温度 T_m と輝度温度 T_b の関係は方向の関数である放射率 $\varepsilon(\theta, \phi)$ を用いて次式で表される²⁴⁾。

$$T_b = \varepsilon(\theta, \phi) T_m \quad (2 \cdot 140)$$

宇宙からの到来電力はランダムな成分とコヒーレントな成分がある。雑音に相当するのはランダムな成分であることから、輝度温度のランダムな成分に相当する部分を T_b^r とすると、全立体角にわたる輝度温度分布が既知である場合、アンテナのアンテナ温度 T_A は次のように定義される。

$$T_A = \frac{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi T_b^r(\theta, \phi) G(\theta, \phi) \sin\theta d\theta}{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi G(\theta, \phi) \sin\theta d\theta} \quad (2 \cdot 141)$$

分母はアンテナ立体角あるいはビーム角と呼ばれるものである。このアンテナ立体角を主ビームに関わる部分 Ω_m と副ビームに関わる部分 Ω_s に分け、電波天文で使用するアンテナの性能の評価指数として用いられるビーム効率 η_Ω や浮遊ファクタ β ²⁵⁾ は次のように定義できる。

$$\eta_\Omega = \frac{\Omega_m}{\Omega_m + \Omega_s} \quad (2 \cdot 142)$$

$$\beta = 1 - \eta_\Omega = \frac{\Omega_s}{\Omega_m + \Omega_s} \quad (2 \cdot 143)$$

マイクロ波帯などの高い周波数では熱雑音以外の雑音は少ないが、低い周波数帯では熱雑音以外の雑音が大きいため、例えば短波帯では雑音温度は高くなる。熱雑音以外の雑音も換算し等価的に熱雑音とみなし、その温度によって雑音量を評価することができる。

また、利得が高いことと雑音温度が低いことが受信形の受信能力の指標となるため、 G/T が衛星通信の受信アンテナシステムの評価指数としてしばしば用いられる。

■4 群 - 2 編 - 2 章

2-10 可逆定理と送受アンテナ

(執筆者：澤谷邦男) [2010 年 3 月 受領]

2-10-1 可逆定理

図 2・30 に示すように、線形で等方性媒質中に電流源 J_{01} が置かれたときの電磁界を E_1, H_1 とし、また他の電流源 J_{02} が置かれたときの電磁界を E_2, H_2 としたとき、それぞれの電磁界は

$$\nabla \times E_1 = -j\omega\mu H_1 \quad (2 \cdot 144)$$

$$\nabla \times H_1 = j\omega\varepsilon E_1 + J_{01} \quad (2 \cdot 145)$$

$$\nabla \times E_2 = -j\omega\mu H_2 \quad (2 \cdot 146)$$

$$\nabla \times H_2 = j\omega\varepsilon E_2 + J_{02} \quad (2 \cdot 147)$$

を満足する。ここで、 $H_2 \cdot (2 \cdot 144) + E_2 \cdot (2 \cdot 145) - H_1 \cdot (2 \cdot 146) - E_1 \cdot (2 \cdot 147)$ を求めると

$$\nabla \cdot (E_1 \times H_2 - E_2 \times H_1) = -E_1 \cdot J_{02} + E_2 \cdot J_{01} \quad (2 \cdot 148)$$

が得られる。この式を図 2・30 に示す領域 V にわたって体積積分し、ガウスの定理を適用すると

$$\oint_S (E_1 \times H_2 - E_2 \times H_1) \cdot \hat{n} dS = \int_V (E_2 \cdot J_{01} - E_1 \cdot J_{02}) dS \quad (2 \cdot 149)$$

となる。ここで、 S は V を囲む閉じた面である。次に、領域 V が無限空間になり、 S が無限遠となった場合を考えると、式(2・149)の左辺は消滅するので

$$\int_V (E_2 \cdot J_{01} - E_1 \cdot J_{02}) dS = 0 \quad (2 \cdot 150)$$

が成立する。この関係式は、可逆定理または相反定理と呼ばれており、受信アンテナの特性を求める際に必要となる関係式である^{1),2)}。

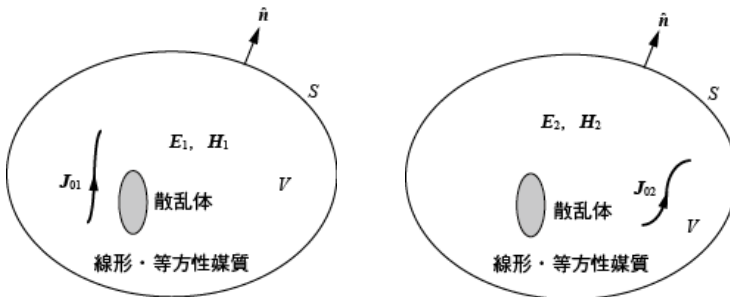


図 2・30 線形・等方性媒質中の電流源

2-10-2 アンテナ特性の可逆性

式(2・150)で与えられる可逆定理を図 2・31 に示す線状アンテナに適用し、#1, #2 のアンテナを送信として用いた場合の電流密度をそれぞれ J_{01}, J_{02} とすると

$$I_1 Z_{12} I_2 - I_2 Z_{21} I_1 = 0 \quad (2 \cdot 151)$$

が成立する。ここで、 I_1, I_2 は図に示すように、それぞれ#1と#2のアンテナの給電点電流である。また、 Z_{12} と Z_{21} はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} Z_{12} &= -\frac{1}{I_1 I_2} \int_{v_1} \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}_{01} dV \\ Z_{21} &= -\frac{1}{I_2 I_1} \int_{v_2} \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}_{02} dV \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 152)$$

で表される#1と#2のアンテナの間の相互インピーダンスであり、 v_1, v_2 はそれぞれ#1、#2のアンテナを囲む空間を表す。式(2・151)より、

$$Z_{12} = Z_{21} \quad (2 \cdot 153)$$

が成立し、2・9・2項のアンテナ系のインピーダンスにおいて、可逆性が成り立つことが分かる。

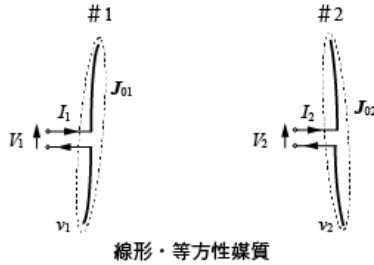


図 2・31 線形・等方性媒質中の線状アンテナ

2-10-3 受信アンテナの諸定数

(1) 受信電圧と受信電流

図 2・31 に示すアンテナ#1を送信アンテナとして使用し、アンテナ#2で受信する場合を考える。送信アンテナ#1と受信アンテナ#2の給電端子の電圧と電流をそれぞれ V_1, V_2 及び I_1, I_2 としたとき、これらの間には

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 &= Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 154)$$

の関係が成り立つ。ここで、 $Z_{12} = Z_{21}$ は式(2・152)で与えられる相互インピーダンスであり、また Z_{11}, Z_{22} は

$$\left. \begin{aligned} Z_{11} &= -\frac{1}{I_1^2} \int_{v_1} \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}_{01} dV \\ Z_{22} &= -\frac{1}{I_2^2} \int_{v_2} \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}_{02} dV \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 155)$$

で与えられる自己インピーダンスである。受信アンテナ#2の給電端子を開放($I_2 = 0$)としたときの受信開放電圧 V_0 は、式(2・154)を用いて

$$V_0 = Z_{21}I_1 = -\frac{1}{I_2} \int_{V_2} \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}_{02} dV \quad (2 \cdot 156)$$

となる。また、受信アンテナに負荷インピーダンス Z_l が接続されたときの受信電流 I_2 は、式(2・154)において $V_2 = -Z_l I_2$ と置くことにより

$$I_2 \frac{V_0}{Z_{22} + Z_l} \quad (2 \cdot 157)$$

と求められる。ここで、 Z_{22} は受信アンテナ#2 を送信アンテナとして使用したときの入力インピーダンスである。

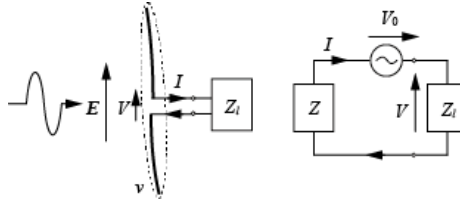


図 2・32 受信アンテナとその等価回路

以上のことから図 2・32 に示すように、電界 E を受信アンテナで受信したときの受信開放電圧 V_0 は

$$V_0 = -\frac{1}{I} \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{J}_0 dV = -\mathbf{E} \cdot \mathbf{l}_e \quad (2 \cdot 158)$$

で与えられる。ここで、 \mathbf{l}_e は 2-9-8 項に示す受信アンテナのベクトル実行長であり、受信アンテナを送信アンテナとして用いた場合の電流分布、あるいは複素パターンにより定義される。また、式(2・158)において、電流分布 \mathbf{J}_0/I は、受信アンテナを送信アンテナとして用いた場合の電流分布であり、受信アンテナの電流分布ではない。更に、負荷インピーダンス Z_l が接続されたときの受信電流 I は $I = -I_2$ 、 $Z = Z_{22}$ と置くと、式(2・158)より

$$I = \frac{V_0}{Z + Z_l} \quad (2 \cdot 159)$$

で与えられる。ここで、 Z は受信アンテナを送信アンテナとして使用したときの入力インピーダンスである。

なお、受信開放電圧 V_0 の絶対値だけが必要な場合には、受信アンテナの利得から V_0 を求めることができる。受信アンテナの偏波特性と到来波の偏波特性が一致しており、また負荷インピーダンス Z_l がアンテナのインピーダンス Z の複素共役のときの受信電力は式(2・161)で与えられることから

$$|V_0| = \sqrt{4RW_a} = 2.90 \times 10^{-2} \lambda |E| \sqrt{RG_a(\theta, \phi)} \quad (2 \cdot 160)$$

で与えられる。ここで、 R は負荷インピーダンス Z_l の実部 = アンテナのインピーダンス Z の実部である。

(2) 受信電力

アンテナが負荷によって取り出される電力は、負荷インピーダンス Z_l によって変化し、負荷インピーダンス Z_l がアンテナのインピーダンス Z の複素共役のとき、受信電力は最大となる。このときのアンテナの最大受信有効電力を W_a とし、到来する電波の電界を E 、受信アンテナの絶対利得を G_a としたときの受信電力は

$$W_a = \frac{|E|^2}{Z_0} A_e = \frac{\lambda^2 G_a(\theta, \phi) |E|^2}{4\pi Z_0} = 2.11 \times 10^{-4} \lambda^2 G_a(\theta, \phi) |E|^2 \quad (2 \cdot 161)$$

で与えられる¹⁾。ここで、 λ は波長、 A_e は式(2・167)で与えられる受信アンテナの実行開口面積、 Z_0 は平面波の固有インピーダンスである。

負荷インピーダンス Z_l とアンテナのインピーダンス Z に不整合があると、受信電力は最大受信有効電力 W_a よりも減少する。また、受信アンテナの偏波特性と到来電波の偏波と一致しない場合にも、受信電力は減少する。これらを考慮したときの受信電力 W_r は

$$W_r = (1 - |\Gamma|^2) \xi W_a \quad (2 \cdot 162)$$

となる。ここで、 $\Gamma = (Z_l - Z) / (Z_l + Z)$ である。また ξ は受信アンテナの偏波効率または偏波整合度であり、ベクトル実行長を用いて

$$\xi = \frac{|\mathbf{E} \cdot \mathbf{l}_e|^2}{|E|^2 |\mathbf{l}_e|^2} \quad (2 \cdot 163)$$

により定義される²⁾。

(3) 受信利得

受信アンテナの利得は、そのアンテナを送信に用いた場合の利得に等しく、受信利得と送信利得を区別する必要はない。

(4) 電流分布

受信アンテナの電流分布はそのアンテナを送信に用いた場合の電流分布とは異なる。しかしながら、受信電圧・電流やベクトル実行長を求める際に用いる電流分布は、そのアンテナを送信に使ったときの電流分布であり、実際には受信アンテナの電流分布を求める必要はない。

(5) 受信アンテナ系の回路定数

図 2・33 に示すように、 N 個の独立した給電端子対をもつ受信アンテナ系の端子電圧と端子電流の間には一般に

$$\sum_{n=1}^N Z_{mn} I_n = V_m, \quad m = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2 \cdot 164)$$

が成立する。このアンテナ系を到来波の中に置き、全端子を同時に開放したときの各端子の電圧を V_{0m} とすると、各端子に Z_m の負荷インピーダンスを接続したときの等価回路は図 2・33 のようになる。この図から分かるように、 V_{0m} の間には $V_m = V_{0m} - Z_{lm} I_m$ の関係が成立するので、式(2・164)は

$$\sum_{n=1}^N Z_{mn} I_n + Z_{lm} I_m = V_{0m}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2 \cdot 165)$$

となる。

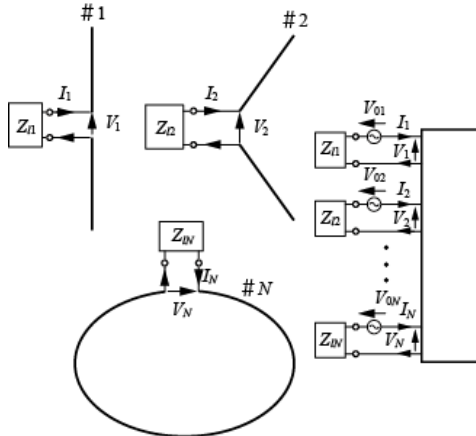


図 2・33 受信アンテナ系とその等価回路

アンテナを送信用として使ったときの特性と受信用として使用したときの特性の関係は以下のとおりである。

- ① 送信アンテナ系の自己・相互インピーダンスは送信アンテナ系の自己・相互インピーダンスと等しい。また、送信アンテナ系と受信アンテナ系が混在しているときも、これらの給電端子を端子とする多端子界とみなすことができる。
- ② 送信アンテナの指向性と受信アンテナの指向性は位相も含めて等しい。
- ③ 受信アンテナの利得は送信アンテナの利得に等しい。

2-10-4 送受アンテナ間の伝達電力

図 2・34 のように散乱体がない理想的な自由空間に送信アンテナが置かれたとき、放射される電力密度は

$$P = \frac{W_t}{4\pi r^2} G_t(\theta, \phi) \quad (2 \cdot 166)$$

で与えられる。ここで、 W_t は送信電力、 G_t は送信アンテナの動作利得であり、 θ, ϕ は受信点の方向、 r は送信アンテナと観測点との距離である。 $G_t = 1$ の場合は送信アンテナが無指向性(等方性)であることを意味する。受信点に動作利得 G_r の受信アンテナを置いて放射電力を受信するとき、受信アンテナは

$$A_{er} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r \quad (2 \cdot 167)$$

で与えられる実行面積 A_{er} をもっていることから、送信アンテナと受信アンテナの偏特性が一致している場合には、受信電力 W_r は

$$W_r = A_{er} P = \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 W_t G_t G_r \quad (2 \cdot 168)$$

で与えられる。ここで、 λ は波長である。この式はフリスの伝達公式と呼ばれている^{1),2)}。この式から明かなように、送信側と受信側を入れ換えても伝達される電力は等しく、可逆性が成立する。

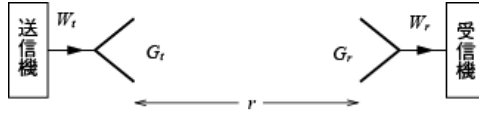


図 2・34 フリスの伝達公式の説明図

動作利得と実行面積の間には式(2・167)の関係があることから、送受アンテナの実行面積 A_{et} , A_{er} を用いてフリスの伝達公式を表すと

$$W_r = A_{er} P = \frac{A_{et} A_{er}}{(\lambda r)^2} W_t \quad (2 \cdot 169)$$

となる。

自由空間における送信電力と受信電力の比は自由空間伝送損と呼ばれており、これを L_f と置くと式(2・168)より

$$\frac{1}{L_{bf}} = \frac{W_r}{W_t} = \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 G_t G_r \quad (2 \cdot 170)$$

で与えられる。また、送受アンテナとして無指向性アンテナを用いた場合の自由空間伝送損を自由空間基本伝送損と呼び、これを L_{bf} と置くと

$$\frac{1}{L_{bf}} = \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \quad (2 \cdot 171)$$

で与えられる²⁾。

以上の伝達電力に関する理論は伝搬路の散乱体が存在しないときに成立するが、実際の伝搬路には大地や山岳、ビルなどの反射、大気による屈折、電離層による反射、大気による吸収が存在するので、これらの影響を考慮する必要がある。

■4群 - 2編 - 2章

2-11 散乱断面積とレーダ方程式

(執筆者：澤谷邦男・安達三郎) [2010年3月 受領]

2-11-1 散乱断面積と光学定理

図 2・35 に示すように、散乱体に平面波が入射すると散乱体には表面に流れる導電電流によって、また誘電体の場合には内部に分極電流が生じ、これらが波源となって電磁波を放射、すなわち散乱する。散乱電磁界はアンテナの放射と同様に十分遠方では球面上となり、散乱状態からの距離に反比例して減少する。散乱波は入射面波の方向と偏波によって異なり、入射波の電界成分を E_{θ}^i, E_{ϕ}^i 、散乱波の電界成分 E_{θ}^s, E_{ϕ}^s をとしたとき

$$\begin{bmatrix} E_{\theta}^s \\ E_{\phi}^s \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} E_{\theta}^i \\ E_{\phi}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{\theta}^i \\ E_{\phi}^i \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 172)$$

が成立する。ここで、 $[S]$ は散乱行列であり、 a, b, c, d は入射方向と散乱方向の複素関数である。特に送信点と受信点が一貫している場合は、入射界と散乱界を入れ換えても可逆定理により散乱界が等しくなることから、 $b = c$ となる。

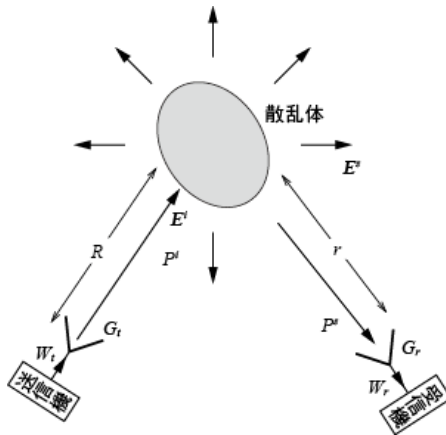


図 2・35 散乱体と散乱波

レーダなどでは散乱波の強度を観測することにより、散乱物体を推定するので、散乱体の散乱特性を定量的に表現する必要がある。これを表す定数として散乱断面積がある。図 2・35 に示すように、散乱体に P^i の電力密度で入射した平面波によって散乱波が生じ、散乱体から距離 r の受信点における電力密度が P^s であったとき、散乱断面積は

$$\sigma(\theta, \phi, \theta', \phi') = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{P^s(\theta', \phi')}{P^i(\theta, \phi)} \quad (2 \cdot 173)$$

で定義される。ここで、 θ, ϕ 及び θ', ϕ' はそれぞれ到来方向と観測点の方向を表す。式(2・173)は、観測点における散乱電力が入射波の到来方向に垂直な断面積 σ [m²] 内に含まれる入射

電力を全方向に無指向性で散乱する仮想的な等方性散乱体の散乱電力に等しいことを意味している。このように定義された散乱断面積 σ を用いることにより、図 2・35 に示すように、送信アンテナから放射され、散乱体によって散乱された電磁界を受信アンテナで受信した場合の受信電力は

$$W_r = \frac{\sigma(\theta', \phi', \theta, \phi) \lambda^2 G_t(\theta, \phi) G_r(\theta', \phi') W_t}{(4\pi)^3 R^2 r^2} \quad (2 \cdot 174)$$

により求められる。ここで、 W_t は送信電力、 G_t 、 G_r はそれぞれ送信アンテナと受信アンテナの散乱体方向の動作利得、 R 、 r はそれぞれ送信アンテナの散乱体の間及び散乱体と受信アンテナの間の距離である。

到来方向と散乱方向が一致する場合は後方散乱と呼び、その断面積は特に後方散乱断面積またはレーダ断面積 (RCS : Radar Cross Section) と呼ばれ、レーダ受信される電力を決定する重要な定数である。また、入射波の進行方向に延長した方向への散乱を前方散乱と呼ぶ。

散乱断面積の別の表し方として微分散乱断面積がある。これは、単位立体角当たりの散乱電力 $P^s dS/d\Omega$ (図 2・36 参照) と入射電力密度 P^i の比で定義され、これを σ と置く

$$\sigma = 4\pi \sigma \quad (2 \cdot 175)$$

で表される。

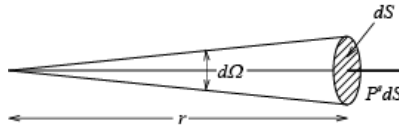


図 2・36 散乱波の電力密度

更に、散乱体から散乱される全電力と入射電力密度 P^i の比で定義される全散乱断面積 σ_s は

$$\sigma_s(\theta, \phi) = \frac{1}{P^i(\theta, \phi)} \oint P^s(\theta', \phi') r^2 d\Omega' = \frac{1}{4\pi} \oint \sigma(\theta', \phi', \theta, \phi) d\Omega' \quad (2 \cdot 176)$$

$$\oint d\Omega' = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin\theta' d\theta' d\phi'$$

で定義される。

散乱体が有限な導電率をもつ導体の場合、あるいは誘電損を有する誘電体の場合、入射した電力の一部は熱となって吸収される。この吸収電力と P^i の比で定義される散乱断面積を σ_a と置くと、 $\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s$ で定義される面積は全断面積と呼ばれている。

z 方向に伝搬し x 方向に偏波した平面波 $\hat{x} E_0 e^{-jkz}$ が散乱体に入射し、これによって散乱される遠方電界が

$$\mathbf{E}^s(\theta', \phi') = \frac{E_0}{kr} \mathbf{F}(\theta', \phi') \exp(-jkr) \quad (2 \cdot 177)$$

で表されるとき、前方の散乱指向性 $\mathbf{F}(\theta' = 0)$ と全断面積 σ_t との間には

$$\sigma_t = -\frac{4\pi}{k^2} \text{Im} [\hat{x} \cdot \mathbf{F}(\theta' = 0)] \quad (2 \cdot 178)$$

の関係が成立する。これは光学定理と呼ばれている^{26), 27)}。

2-11-2 レーダ方程式

図 2・37 に示すように、レーダでは送信アンテナと受信アンテナ共有するので、式(2・174)よりレーダが受信する受信最大有効電力は

$$W_r = \frac{\sigma(\theta, \phi, \theta, \phi) \lambda^2 G^2(\theta, \phi) W_t}{(4\pi)^3 R^4} \quad (2 \cdot 179)$$

となる。この関係式はレーダ方程式と呼ばれている。

これらの式は、自由空間に散乱体が置かれている場合に成立するが、実際には、伝搬路中の減衰や偏波面の変化などが存在するので、これらの影響を考慮する必要がある。

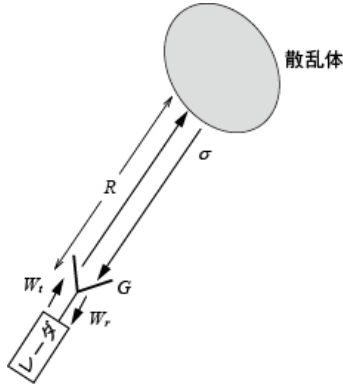


図 2・37 レーダ

■4群 - 2編 - 2章

2-12 ポアンカレ球

(執筆著：佐藤敏雄) [2010年3月 受領]

偏波に関する諸量は、ポアンカレ (Poincar) ²⁸⁾ が光学の領域で導入し、デシャン (Dechamps) ²⁹⁾ が電磁波に対して適用したポアンカレ球 (Poincar's Sphere) の概念を用いて容易に説明することができる。図 2・38 にポアンカレ球と偏波だ円の対応を示す。ポアンカレ球においては、赤道は直線偏波を示す。北極は左旋円偏波を、また南極は右旋円偏波を示し、その中にはだ円偏波を示している。

図 2・38(a), (b) に示すように、だ円偏波の長軸の x 軸から傾き β は、ポアンカレ球上の経緯 2β で表され、軸比 $r = \cot \alpha = b/a$ は緯度 2α に対応している。

だ円偏波の偏波比 (Polarization Ratio) P はだ円偏波の電界の水平成分を E_H 、垂直成分を E_V とすれば

$$P = \frac{E_V}{E_H} = |\tan \gamma| \exp(j\phi) \quad (2 \cdot 180)$$

で表される。 P はポアンカレ球上で球面三角形 HKP の 1 辺の長さ $HP = 2\gamma$ と角 $KHP = \phi$ で表される。

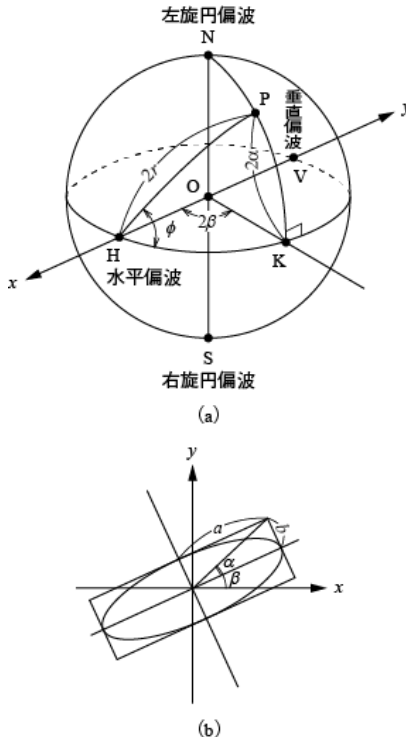


図 2・38 ポアンカレ球

■参考文献

- 1) 虫明康人, 安達三郎, “基礎電波工学,” 共立出版, 1970.
- 2) 安達三郎, “電磁波工学,” 電子情報通信学会(編), コロナ社, 1983.
- 3) J. A. Stratton, “Electromagnetic Theory,” McGraw-Hill, 1941.
- 4) R. E. Collin, “Field Theory of Guided Waves,” IEEE Press, Chap.I, 1991.
- 5) I. V. Lindell, A. H. Sihvola, S. A. Tretyakov, and A. I. Viitanen, “Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media,” Artech House, 1994.
- 6) N. Engheta and R. W. Ziolkowski, “A positive future for double-negative metamaterials,” IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., vol.53, pp.1535-1556, Apr. 2005.
- 7) 虫明康人, “アンテナ・電波伝搬,” コロナ社, 1961.
- 8) R. E. Collin and F. I. Zucker, “Antenna Theory,” McGraw-Hill, NY, Chap.3, 1969.
- 9) R. E. Collin, “Field Theory of Guided Waves,” IEEE Press, Sec.1.8, 1991.
- 10) Warren L. Stutzman and Gray A. Thiele, “Antenna Theory and Design Second Edition,” John Wiley & Sons, Inc., p.26, 1998.
- 11) C. A. Balanis, “Antenna Theory Analysis and Design Second Edition,” John Wiley & Sons, Inc., pp.32-34, 1997.
- 12) P. S. Hacker and H. E. Schrank, “Range distance requirements for measuring low and ultralow sidelobe antenna patterns,” IEEE Trans. Antennas & Propag., vol.AP-30, no.5, pp.956-966, Sep. 1982.
- 13) R. C. Hansen, “Measurement distance effects on low sidelobe patterns,” IEEE Trans. Antennas & Propag., vol.AP-32, no.6, pp.591-594, Jun. 1984.
- 14) R. F. Harrington, “Field computation by moment methods,” MacMillan, 1968.
- 15) 電気通信技術新外界答申 諮問第 89 号, “電波利用における人体防衛の在り方,” 1997.
- 16) Safety Levels With Respect to Exposure to Radio Frequency Electromagnetic Fields, 3 kHz to 300 GHz, ANSI/IEEE Standard C 95.1-1999, 1999.
- 17) 電波産業会, ARIB STD-T56 2.0 “携帯型無線端末の吸収率測定法,” 2002.
- 18) T. Taga, “Analysis for mean effective gain of mobile antennas in land mobile radio environments,” IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., 39, pp.117-131, May 1990.
- 19) G. Sinclair, “The transmission and reception of elliptically polarized waves,” IRE Proc., vol. 38, p.148, 1950.
- 20) R. C. Johnson, “Antenna Engineering Handbook,” McGraw-Hill, Inc., New York, pp.4-23, 1993.
- 21) W. L. Stutzman and G. A. Thiele, “Antenna Theory and Design Second Edition,” John Wiley & Sons, Inc., pp.396-397, 1998.
- 22) C. T. Tai, “On the definition of the effective aperture of antennas,” IRE Trans. Antennas & Propag., vol.AP-9, p.224, 1961.
- 23) J. D. Kraus and R. J. Marhefka, “Antennas for all Applications Third Edition,” McGraw-Hill Higher Education, Chap.2, p.35, 2002.
- 24) C. A. Balanis, “Antenna Theory Analysis and Design Second Edition,” John Wiley & Sons, Inc., p.98, 1997.
- 25) J. D. Kraus and R. J. Marhefka, “Antennas for all Applications Third Edition,” McGraw-Hill Higher Education, Chap.5, p.163, 2002.
- 26) H. C. van de Hulst, “On the attenuation of plane waves by obstacles of arbitrary size and form,” Physica, vol.15, No.8-9, pp.740-746, Sep. 1949.
- 27) 安達三郎, 米山 務, “電波伝送光学,” コロナ社, 1981.
- 28) H. Poincaré, “Theorie mathematique de la lamiere,” Georges Carré, vol.2, chap.12, 1892.
- 29) G. A. Deschamps, “Geometrical representation of the polarization of a plane electromagnetic wave,” Proc.IRE, vol.39, no.5, pp.540-544, May 1951.