

## S4 群(宇宙・環境・社会) - 2 編(電磁環境)

## 2 章 電磁波ノイズ発生，伝搬の基礎理論

(執筆者：上 芳夫)[2009 年 3 月受領]

### 概要

電子機器における EMC 問題において，アンテナ以外の最長素子は伝送線路である．回路を構成する伝送線路に関する問題は，従来は主として信号の伝送が考察の対象であった．これに加えて，EMC 問題ではアンテナと比較して放射能率は非常に低いながらも放射素子になることであり，放射ノイズ（妨害波）としての課題となる．これをどのように考え，取り扱うかが問題となる．これと可逆の問題は伝送線路がどのように電磁波ノイズを受信するかが問題となる．すなわち，EMC 問題を考えるには電磁波ノイズと伝送線路とがどのように結合するのか，電磁波を放射するのかであり，その現象をどのように定式化するのが課題となる．すなわち，EMC 問題では取扱いに複雑な電気磁気現象を如何にして電気回路的に近似表現するかが実用上の鍵であり，そのメカニズムを理解・説明できるかということが重要になる．また，回路基板系では隣接する線路間の結合（クロストーク: crosstalk）問題が重要である．回路基板では隣接する線路では常に平行であるとは限らない．クロストーク現象を含む伝送線路系の伝送特性は，平行な線路系では多線条線路理論であり，非平行な隣接線路系では，電磁波と伝送線路との結合問題として定式化することである．

### 【本章の構成】

本章では電磁環境下の伝送線路理論（2-1 節），電磁波ノイズの伝搬（2-2 節）に関して，電磁波と伝送線路との結合に関する基礎理論，多線条線路系でのクロストーク現象の解析理論について述べる．

## S4 群 - 2 編 - 2 章

## 2-1 電磁環境下の伝送線路理論

(執筆: 上 芳夫)[2009 年 3 月 受領]

## 2-1-1 はじめに

伝送線路が電磁界中にあるとき、伝送線路には誘導電流が流れることは古くから知られてはいた。しかし、これが定式化された理論として提案されたのは 1960 年代である<sup>1)</sup>。更に 10 年後にマクスウェルの方程式から導出され<sup>2,3)</sup>、更に 10 年後に実験的にも検証がなされた<sup>4)</sup>。この現象は伝送線路と外部電磁波との結合問題と称され、EMC 問題の基本となる現象の一つである。この定式化とメカニズムについて論じ、その展開について述べる。

## 2-1-2 電磁環境下での電信方程式

図 2-1 はノイズである電磁界が外部から到来して伝送線路に作用し、その結果、電流を誘導する現象を考察するための模式図である。簡単化するため、完全グラウンド面 ( $z-x$  面) から高さ  $y = h$  の位置に細くて無損失の導体線が張られた伝送線路系を考える。媒質は簡単のために空気 (透磁率  $\mu_0$ , 誘電率  $\epsilon_0$ ) とする。

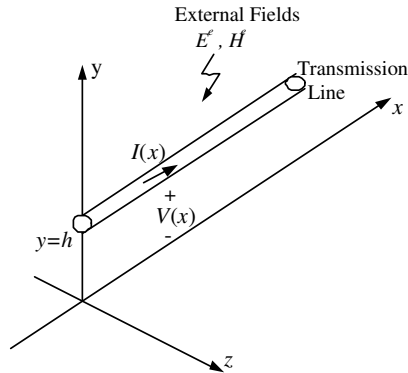


図 2-1 外部ノイズ電磁波で励振される伝送線路モデル

伝送線路の線路高などの線路断面寸法などが外部電磁界 (正弦波電磁界を仮定する) の波長  $\lambda$  に比べて非常に小さいときは、線路を流れる電流が TEM (Transverse Electromagnetic) モード電磁界をつくる。すなわち線路電流は TEM モードの磁界成分で定義できることになる。一方、線路電圧は、線路高が波長に比べて非常に低い条件から、TEM モード電界とノイズである外部電界のベクトル和による電界を線積分することで一義的に決定できる。

このような条件下でマクスウェルの方程式から外部電磁界と伝送線路との結合現象を表すノイズ電磁環境下の電信方程式が導出でき、行列形式の表現はフェーザ表示で次のようになる<sup>1)-4)</sup>。

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V(x) \\ I(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & j\omega L \\ j\omega C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(x) \\ I(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_f(x) \\ I_f(x) \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

ここで、微分方程式の強制項  $V_f$  と  $I_f$  は、それぞれ磁界結合と電界結合を、回路論的には線路に沿って作用する分布電圧源と分布電流源を意味し、次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} V_f(x) \\ I_f(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j\omega\mu_0 \int_0^h H_z^e(x) dy' \\ j\omega C \int_0^h E_y^e(x) dy' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E_x^e(x, h) + \frac{d}{dx} \int_0^h E_y^e dy' \\ j\omega C \int_0^h E_y^e(x) dy' \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

式(2.2)の第2式は完全グラウンド面の境界条件から  $E_x^e(x, 0) = 0$  として変形している<sup>4)</sup>。ベクトルポテンシャル  $A^e(A_x^e, A_y^e, A_z^e)$  で表現すれば、

$$\begin{bmatrix} V_f(x) \\ I_f(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j\omega \int_0^h \left\{ \frac{\partial A_y^e}{\partial x} - \frac{\partial A_x^e}{\partial y} \right\} dy' \\ j\omega C \left\{ -j\omega \int_0^h A_y^e dy' + \frac{\nabla \cdot \mathbf{A}^e}{j\omega\mu\epsilon} \Big|_{y'=0}^{y'=h} \right\} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

と表現できる<sup>5)</sup>。

磁界結合を意味する分布電圧源はファラデーの電磁誘導則を意味し、したがって誘導性結合である。回路論的には L あるいは M 結合と称されることを示唆することになる。また、電界結合を意味する分布電流源は線路容量に外部電界、したがってキャパシタンス電圧が印加されることによって流れる電流成分、すなわち電流源を構成することを意味している。回路論的には電界結合は容量性結合、C 結合と称されることが理解できる。

また、電圧の定義を

$$V^{Tem} = V(x) - \int_0^h E_y^e dy' \quad (2.4)$$

とすれば、この電圧は TEM モードの電界による成分だけによる定義で導出され、その結果電信方程式は次式となる。

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V^{Tem}(x) \\ I(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & j\omega L \\ j\omega C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^{Tem}(x) \\ I(x) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_x^e(x, h) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

この表現式は Agrawal などが提示している<sup>3)</sup>。

線路系が多導体のときは、上述を拡張することで定式化できる。 $n$  本の線路がグラウンド面上に平行に配置され、それぞれの線路高を  $h_i (i = 1, \dots, n)$  とする。線路電圧ベクトルを  $V = [V_1, V_2, \dots, V_n]^T$  とし、線路電流ベクトルを  $I = [I_1, I_2, \dots, I_n]^T$  として

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(x) \\ \mathbf{I}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & j\omega \mathbf{L} \\ j\omega \mathbf{c} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(x) \\ \mathbf{I}(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{V}_f(x) \\ \mathbf{I}_f(x) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

となる。ここで  $L$  と  $c$  は対象とする線路系のインダクタンス行列とキャパシタンス行列である。また、強制項は次のようになる<sup>2)</sup>。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_f(x) \\ \mathbf{I}_f(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j\omega\mu_0 \left[ \cdots, \int_0^{h_i} H_z^e(x) dy', \cdots \right]^T \\ j\omega c \left[ \cdots, \int_0^{h_i} E_y^e(x) dy', \cdots \right]^T \end{bmatrix} \quad (2\cdot7)$$

### 2-1-3 電磁波ノイズ結合メカニズム

前節におけるモデルにおいて有限長の線路系が終端されているときを考える．このモデルは，外部からの電磁波ノイズが伝送線路に結合する基本モデルとなる．

線路長が  $x = \ell$ ，線路高が  $y = h$  のとき，式 (2・1) の解は状態変数法を用い，縦続行列表示の解として求めると

$$\begin{bmatrix} V(0) \\ I(0) \end{bmatrix} = \mathbf{F}(\ell) \begin{bmatrix} V(\ell) \\ I(\ell) \end{bmatrix} + \int_0^\ell \mathbf{F}(x') \begin{bmatrix} V_f(x') \\ I_f(x') \end{bmatrix} dx' \quad (2\cdot8)$$

である．ここで， $Z_0$  と  $\beta$  は伝送線路の特性インピーダンス及び位相定数であり， $\mathbf{F}(\cdot)$  は伝送線路の縦続行列である．

$$\mathbf{F}(x') = \begin{bmatrix} \cos \beta x' & jZ_0 \sin \beta x' \\ j\frac{1}{Z_0} \sin \beta x' & \cos \beta x' \end{bmatrix} \quad (2\cdot9)$$

今，始端 ( $x = 0$ ) の負荷を  $R_0$ ，終端 ( $x = \ell$ ) の負荷を  $R_\ell$  としたとき，始端に誘導される電流  $I_0$  は次のように求められる．

$$I_0 \equiv H_m(j\omega)E_0 \quad (2\cdot10)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{\Delta} \left[ \int_0^\ell -E_x^e(x', h, 0) \left\{ \cos \beta(\ell - x') + j\frac{R_\ell}{Z_0} \sin \beta(\ell - x') \right\} dx' \right. \\ &\quad \left. + \int_0^h E_y^e(\ell, y', 0) dy' - \left\{ \cos \beta\ell + j\frac{R_\ell}{Z_0} \sin \beta\ell \right\} \int_0^h E_y^e(0, y', 0) dy' \right] \quad (2\cdot11) \end{aligned}$$

上式の右辺第 2 式の構成要素を考えると EMC 的には次のような意味を有している．大括弧内の第 1 項は，線路全体に線路方向の電界成分を積分しており，第 2 項と第 3 項は線路の両端子での高さ方向の電界を積分している．外部電磁界のうち，線路方向成分はグラウンド面に接する方向の成分であり，波長に比べて線路高は小さいので，その大きさは小さいが，グラウンド面に垂直な成分は必ず存在する成分である．更に，線路方向の成分を線路全体に積分することは，正弦波関数を積分するために長さが長ければそれだけ大きくなることを意味するものではない．したがって，線路の両端子での線路高成分の電界が大きく寄与することになることを意味している．

外部電磁界の電界振幅を  $E_0$  とし，外部電磁界の基本モデルとして次の偏波をとりあげる． $m = \phi$  方向の偏波 (TE 波) のとき

$$\begin{aligned} E_x^e(x, y, 0) &= 2jE_0 \sin \phi \sin(\beta y \cos \theta) e^{-jkx} \\ E_y^e(x, y, 0) &= 0 \end{aligned} \quad (2\cdot12)$$

$m = \theta$  方向の偏波 (TM 波) のとき

$$\begin{aligned} E_x^e(x, y, 0) &= 2jE_0 \cos \phi \cos \theta \sin(\beta y \cos \theta) e^{-jkx} \\ E_y^e(x, y, 0) &= -2E_0 \sin \theta \cos(\beta y \cos \theta) e^{-jkx} \end{aligned} \quad (2 \cdot 13)$$

である。ここで、 $k = \beta \cos \phi \sin \theta$  である。これらを式 (2・11) に代入することによって各偏波での誘導電流が求められる。文献 4) では上記の理論を実験的に検証している。図 2・2 に外部ノイズ電磁界で半波長と 1 波長の線路長に誘導される端子電流の計算例を示す。

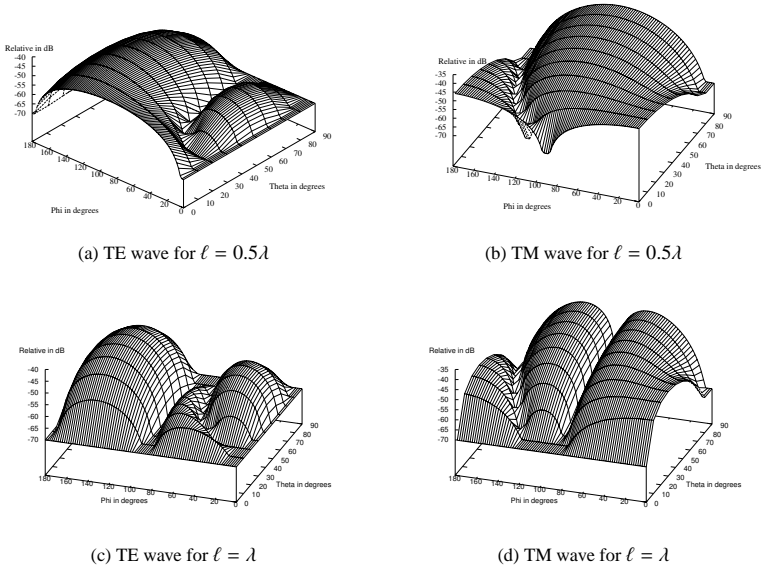


図 2・2 外部電磁界で伝送線路に誘導される電流特性

また、この図は式 (2・10) で定義した  $H_m(j\omega)$ 、( $m = \phi, \theta$ ) は、振幅が  $E_0$  の外部電磁界を入力とし、始端負荷での誘導電流  $I_0$  を応答とする回路関数の振幅特性を示している。

線路系が多線状線路のときは、線路系自体の解析法は後述の手法で解析できる。その縦続行列表示は形式的に

$$F = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 14)$$

と 1 本線路の場合の  $(A, B, C, D)$  行列の要素を小行列  $(A, B, C, D)$  で書き換えて求めることができる。

#### 2-1-4 電磁波ノイズ放射メカニズム

伝送線路からの電磁波ノイズ放射を回路論的に考える手法が提案されている<sup>6), 7)</sup>。文献 6)

においては，伝送線路の入出力端子と受信アンテナの端子からなる 3 ポート回路網を考え，この回路網のインピーダンス行列の可逆性を使って回路網の要素を決定し，放射電界を求める手法を示している．更に回路論的に発展させた手法は以下である<sup>7)</sup>．

長さ  $\ell$  の伝送線路を励振したときの放射電界成分  $E(E_\theta, E_\phi)$  を考えたモデルを図 2・3 とする．

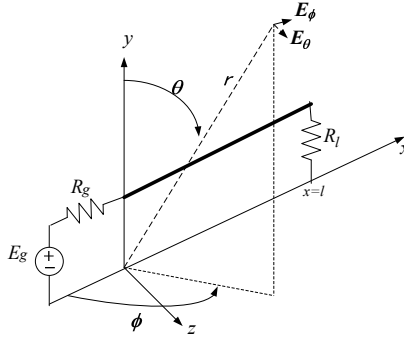


図 2・3 伝送線路からの放射モデルと座標系

回路論的には，伝送線路からの放射電磁界は系全体を回路網として取り扱うことによって解析可能である．

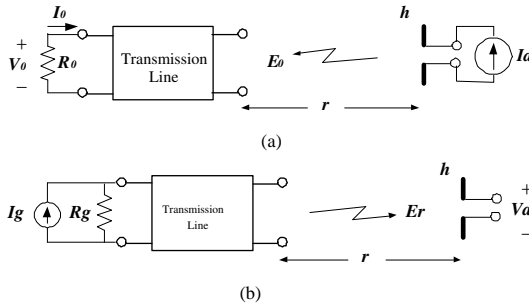


図 2・4 (a) 結合問題モデルと (b) 放射問題モデル

外部電磁界と伝送線路との結合問題と伝送線路からの放射問題を図 2・4 のように回路論的にとらえる．結合問題 (a) では，ブラックボックスで表現した伝送線路が微小アンテナから十分に離れた遠方の距離  $r$  にある．実効長  $h$  の微小アンテナが電流源  $I_a$  で励振され，伝送線路がこの微小アンテナによる放射電磁界にさらされ，伝送線路の負荷  $R_0$  に誘導電流  $I_0$  を流している．放射問題 (b) では，伝送線路が内部抵抗  $R_g = R_0$  の電圧源  $E_g$  で，あるいは電流源  $I_g = E_g/R_g$  で励振され，伝送線路から電磁波が放射されている．この放射電界（大きさを  $E_m$  とする）を同じ微小アンテナで受信し，微小アンテナの受信端子に電圧  $V_a$  が発生している．両者を系全体で考えることで放射問題を取扱うことができる．

結合問題においては，微小アンテナの励振電流に対する伝送線路の端子電圧との関係を系全体の伝達インピーダンスで表現すると，

$$H_{cp}(j\omega) = \frac{V_0}{I_a} = -R_0 \frac{I_0}{I_a} \quad (2\cdot15)$$

となる．一方，放射問題においては系全体の伝達インピーダンスは

$$H_{rd}(j\omega) = \frac{V_a}{I_g} = R_g \frac{V_a}{E_g} \quad (2\cdot16)$$

である．双方から求めた伝達インピーダンスは相等しい関係になければならないので， $m(= \theta, \phi)$  方向の放射電界成分は

$$E_m = -R_0 I_g j\eta \frac{\beta}{4\pi} H_m(j\omega) \frac{e^{-j\beta r}}{r} \quad (2\cdot17)$$

$$= -E_g j30\beta H_m(j\omega) \frac{e^{-j\beta r}}{r} \quad (2\cdot18)$$

となる<sup>7)</sup>．ここで  $H_m(j\omega)$  は式 (2\cdot10) で与えられた回路網関数である．

電磁波論的には伝送線路の線路電流  $I(x)$  と高さ方向に流れる端子電流  $I(0), I(\ell)$  とを回路論的に求め，それらの電流がつくるベクトルポテンシャルから放射電磁界は求めることができる．この結果と式 (2\cdot18) から求めたものとは完全に一致する<sup>7)</sup>．これらの考察結果は，EMC 的には電磁波をよく放射する機器は，感受性が高いことを意味している．

## S4 群 - 2 編 - 2 章

## 2-2 電磁波ノイズの伝搬

(執筆: 上 芳夫) [2009 年 3 月 受領]

## 2-2-1 はじめに

ここでは、伝送線路系でのノイズ伝搬の現象について述べる。多導体（線条）線路理論は、古くから研究がなされてきた。最近の回路基板（PCB: printed circuit board）においては、電子機器の小型化や多機能・高性能化に伴って配線は稠密化しており、そのため信号の品質（SI: signal integrity）、配線間のクロストーク（crosstalk）評価が重要な課題となっている。このような配線での SI、クロストーク問題の基礎理論は多導体線路理論である。本節では多導体線路解析法について述べ、どのような現象が発生するかについて解説する。

## 2-2-2 多導体線路理論の基礎

一般にグラウンド線（面）と 2 本以上の導体線路からなる系は多導体線路系である。伝送される信号がつくる電磁界が TEM モードで近似できる場合において、通常の線路電圧、線路電流に関する電信方程式が成立する。ここではこの近似が十分に満足されているとする。多導体線路系の電信方程式の解析には、モード分解による手法が多く用いられる<sup>8)–12)</sup>。

自然（線路）電圧ベクトル  $V$  とモード電圧ベクトル  $V_m$  とが、自然（線路）電流ベクトル  $I$  とモード電流ベクトル  $I_m$  とがそれぞれの変換行列  $T_v$ 、 $T_i$  を用いて

$$V = T_v V_m, \quad I = T_i I_m \quad (2.19)$$

の関係にあるとする。多導体（線条）線路に拡張した電信方程式に上式を代入して、モード電圧・電流ベクトルに関する電信方程式はインダクタンス行列を  $L$ 、キャパシタンス行列を  $c$  とすれば、

$$-\frac{dV_m}{dx} = j\omega T_v^{-1} L T_i I_m \equiv j\omega L_m I_m, \quad -\frac{dI_m}{dx} = j\omega T_i^{-1} c T_v V_m \equiv j\omega C_m V_m \quad (2.20)$$

となる。直交（独立）モードであるための条件は、 $L_m$  と  $C_m$  が対角行列であれば、主対角要素がそれぞれモードインダクタンスとモードキャパシタンスとなる。独立なモードでの電信方程式は通常電信方程式と同じ形式で与えられ、同じ取扱いができる。各モードの電圧と電流は波動として同じ位相速度で伝搬する条件から、モード伝搬速度行列  $v_m$  は

$$\{v_m^{-1}\}^2 = T_v^{-1} L c T_v = T_i^{-1} c L T_i \quad (2.21)$$

を満足しなければならない。 $L$  と  $c$  が対称行列であることを利用して整理すると、モード変換行列間の条件は、 $U$  を単位行列、上部添字  $T$  は転置を意味するとして

$$T_i T_v^T = T_v T_i^T = U \quad (2.22)$$

が成立しなければならない<sup>8)</sup>。

モード伝搬速度行列は対角行列でなければならないので、式 (2.21) から  $Lc$ 、 $cL$  の固有値がモードの伝搬速度に対応し、固有ベクトルがモード変換行列に対応することになる。す



なわち、多導体伝送線路の電信方程式のモード分解法はモード変換行列を求めることは、数学的な観点からは固有ベクトルを求めることに帰着する。一般的な固有ベクトルは一義的に決定されるものではない。また、求めた独立モードのセットがどのような励振方式になるかを電源だけで直ちに示すことが不可能な場合がほとんどである。このように、モード電圧やモード電流は回路解析での便宜上の、あるいは数学的に考えた仮想的な電圧・電流である。

文献 9) では、媒質が一樣な場合での励振モードを回路的に与えた独立モードの組合せを示している。後述するように PCB でのマイクロストリップ線路のように複合する誘電体では、式 (2・22) を満足する励振法を直感的に見つけ出すには特別なモデルを除いて困難を伴う。

独立モードの電圧・電流に関する電信方程式である式 (2・20) の解は、単独線路の場合と同様に表現される。例えばモード電圧・電流に関する縦続行列の形式で表現できる。今、長さ  $\ell$  の線路でのモード電圧・電流に関する縦続行列表示を

$$\begin{bmatrix} V_m(0) \\ I_m(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & B_m \\ C_m & D_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_m(\ell) \\ I_m(\ell) \end{bmatrix} \quad (2\cdot23)$$

とくと、縦続行列の各小行列は対角行列であり、その主対角要素は各モードでのそれぞれの要素である。線路電圧・電流ベクトルに関しては、モード変換行列を用いて変形すると

$$\begin{bmatrix} V(0) \\ I(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_v A_m T_v^{-1} & T_v B_m T_v^{-1} \\ T_i C_m T_v^{-1} & T_i D_m T_v^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(\ell) \\ I(\ell) \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} A(\ell) & B(\ell) \\ C(\ell) & D(\ell) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(\ell) \\ I(\ell) \end{bmatrix} \quad (2\cdot24)$$

となる。これらは通常の伝送線路の縦続行列と全く同様の取扱いが可能である。

多導体線路系の電信方程式を状態変数法で直接解く手法がある<sup>8)</sup>。電信方程式を次のように表現する。

$$\frac{d}{dx} X(x) + A \cdot X(x) = 0 \quad (2\cdot25)$$

ここで、上部添え字  $T$  を転置行列を意味するとして

$$X = [V(x), I(x)]^T, \quad A = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & j\omega L \\ j\omega c & \mathbf{O} \end{bmatrix} \quad (2\cdot26)$$

である。式 (2・25) は同次形の 1 階微分方程式の形式であるので、この一般解は次の形式となる。

$$X(x) = X(0) \exp(-A \cdot x) \quad (2\cdot27)$$

更に、この式の指数関数は級数展開することによって計算することができる。

次に最も基本的なグラウンド面上の 2 本線路系をとりあげる。この線路系が対称な構造であれば、 $L_{11} = L_{22}$ ,  $c_{11} = c_{22}$  であるので、 $L$  と  $c$  は

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{11} \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{12} & c_{11} \end{bmatrix} \quad (2\cdot28)$$

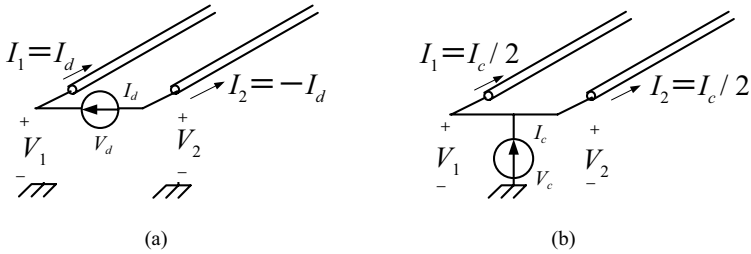


図 2・5 (a) ディファレンシャルモードと (b) コモンモードの回路表現による励振方式

となる．この代表的な独立モードはディファレンシャルモードとコモンモードと呼ばれる励振方式で与えられる組合せである（図 2・5）．

すなわち，線路電圧ベクトルを  $\mathbf{V} = [V_1, V_2]^T$ ，線路電流ベクトルを  $\mathbf{I} = [I_1, I_2]^T$  とし，モード電圧ベクトルを  $\mathbf{V}_m = [V_{dm}, V_{cm}]^T$ ，モード電流ベクトルを  $\mathbf{I}_m = [I_{dm}, I_{cm}]^T$  とすれば，モード変換行列  $\mathbf{T}_v, \mathbf{T}_i$  を用いて

$$\mathbf{V} = \mathbf{T}_v \mathbf{V}_m, \quad \mathbf{I} = \mathbf{T}_i \mathbf{I}_m \quad (2 \cdot 29)$$

であり，この組合せのモード変換行列は

$$\mathbf{T}_v = \begin{bmatrix} 1/2 & 1 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 30)$$

となる．この線路系において，長さ  $\ell$  のときの線路方程式は式 (2・24) で与えられ，添え字を  $m (= d, c)$  とし， $Z_{0m}$  は  $m$  モードの特性インピーダンス， $\theta_m = \beta_m \ell$  は電気角， $\beta_m$  は位相定数であるとすると，各要素行列は

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \cos \theta_c + \cos \theta_d & \cos \theta_c - \cos \theta_d \\ \cos \theta_c - \cos \theta_d & \cos \theta_c + \cos \theta_d \end{bmatrix} = \mathbf{D} \quad (2 \cdot 31)$$

$$\mathbf{B} = j \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2Z_{0c} \sin \theta_c + Z_{0d}/2 \cdot \sin \theta_d & 2Z_{0c} \sin \theta_c - Z_{0d}/2 \cdot \sin \theta_d \\ 2Z_{0c} \sin \theta_c - Z_{0d}/2 \cdot \sin \theta_d & 2Z_{0c} \sin \theta_c + Z_{0d}/2 \cdot \sin \theta_d \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 32)$$

$$\mathbf{C} = j \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{2Z_{0c}} \sin \theta_c + \frac{1}{Z_{0d}/2} \sin \theta_d & \frac{1}{2Z_{0c}} \sin \theta_c - \frac{1}{Z_{0d}/2} \sin \theta_d \\ \frac{1}{2Z_{0c}} \sin \theta_c - \frac{1}{Z_{0d}/2} \sin \theta_d & \frac{1}{2Z_{0c}} \sin \theta_c + \frac{1}{Z_{0d}/2} \sin \theta_d \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 33)$$

となる．

1 本の線路とグランド間で不平衡励振するシングルエンド励振線路間，シングルエンド励振線路と 2 本の線路間を平衡励振するディファレンシャルモード励振用線路ペア間，ディファレンシャルモード励振用ペア線路間などのクロストーク現象は上式に端子条件を与えることによって求めることができる<sup>13, 14)</sup>．

### 2-2-3 クロストーク現象

シングルエンド励振線路間のクロストーク現象を次に述べる．図 2・6 は平行 2 本線路の一

方をシングルエンド励振するときのモデルである．端子 2 への結合を近端クロストーク，端子 4 へを遠端クロストークという．線路長が波長に比べて同等あるいは以下の比較的短い場合は古くから研究がなされており，マイクロ波回路においては方向性結合器やフィルタ回路素子として有効に使用されてきた．

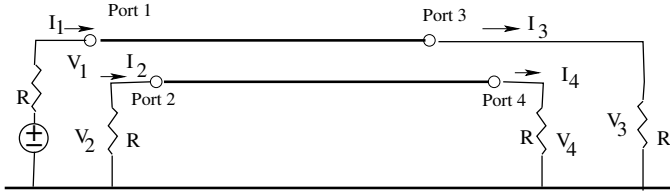


図 2・6 シングルエンド形励振の平行 2 本線路モデル

クロストークを含む伝送特性測定にはネットワークアナライザがよく用いられ，散乱行列 (scattering matrix) で表現される．

$$S = (Z - RU)(Z + RU)^{-1} = (U/R - Y)(U/R + Y)^{-1} \quad (2 \cdot 34)$$

ここで， $Z$  はインピーダンス行列， $Y$  はアドミッタンス行列， $U$  は単位行列であり， $R$  はネットワークアナライザの内部インピーダンスであり，一般に測定系は  $50 \Omega$  である．式 (2・31) から式 (2・33) で与えた線路系の縦続行列をインピーダンス行列，アドミッタンス行列で表現すると次式となる．

$$Z = \begin{bmatrix} AC^{-1} & AC^{-1}D - B \\ C^{-1} & C^{-1}D \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} DB^{-1} & DB^{-1}A - C \\ B^{-1} & B^{-1}A \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 35)$$

図 2・7 は波長に対して線路長が短い (電気長が短い) ときであり，PCB での平行 2 本線路のようにモードの位相定数が 10 % 異なるときのモデルで例である．縦軸は散乱行列の要素を絶対値で表現しており，横軸は平均電気角である．この結果から遠端クロストーク  $S_{41}$  は，電気角が大きくなるに従って結合量がしだいに大きくなる．これは，独立モードの位相速度が異なることに起因する．

線路長が長く，独立モードの位相速度が異なるときのクロストークを含む伝送特性を図 2・8 に示す<sup>12)</sup>．すべての伝送特性は平均電気角  $180^\circ \approx 1/4$  波長で繰り返す性質がある．モードの位相速度が異なると，更に大きな周期で変動する性質が現れてくる．近端クロストーク ( $S_{21}$ ) の極大レベルはそれほど大きな変化をしないで繰り返すのに対し，遠端クロストーク ( $S_{41}$ ) の極大レベルと透過特性 ( $S_{31}$ ) の極小レベルが大きな周期で変化する．このとき，透過特性が最小となるときに遠端クロストークは最大になる．すなわち，線自体はつながっているのに信号は伝送されず，隣の線に伝送されているという現象が発生することである．この現象は実験的にも確認されており，マイクロストリップ線路系の PCB での配線に高周波信号を伝送しようとする際や，自動車のハーネスにおける伝送特性の問題で浮上する懸念事項となるであろう．

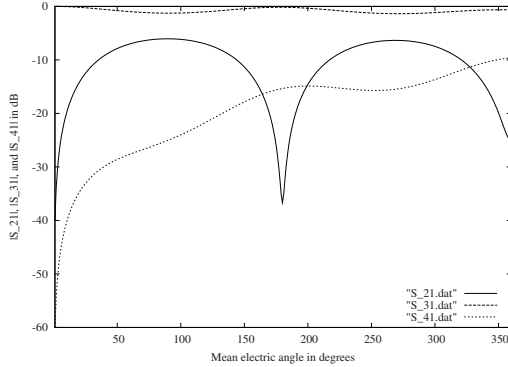


図 2.7 電気長が短い場合の伝送特性

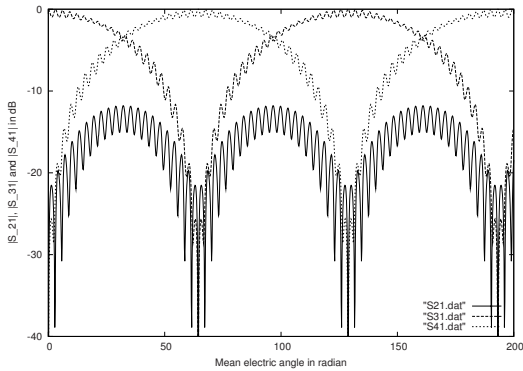


図 2.8 長尺平行 2 本線路の伝送特性

時間領域においては、無損失線路系を仮定するとラプラス変換を用いて解析解で求めることができる<sup>14)</sup>。近端結合や遠端結合をステップパルス応答として求めると、その解析解はモードの伝搬速度に起因する現象が発生する。その典型的な例は PCB のマイクロストリップ線路型の平行 2 本線路系で、図 2.9 に示すようになる。

遠端結合での結果を示すと、 $e_g(t)$  を時間領域の電源電圧として次のようになる。

$$v_4(t) = \frac{1}{R} \left\{ -\frac{Z_b/2}{4} T_b^2 e_g(t - \tau_b) + \frac{2Z_u}{4} T_u^2 e_g(t - \tau_u) \cdots \right\} \quad (2.36)$$

ここで、 $Z_b$  と  $Z_u$  はそれぞれディファレンシャル（平衡）モード、コモン（不平衡）モードでの特性インピーダンスである。また、 $\tau_b$ 、 $\tau_u$  は各モードの伝搬時間であり、

$$T_u = \frac{2R}{2Z_u + R}, \quad T_b = \frac{2R}{Z_b/2 + R} \quad (2.37)$$

である。遠端結合のステップパルス応答は平衡（ディファレンシャル）モードの伝搬速度が

不平衡（コモン）モードの伝搬速度より速いので、このモード成分の到達時間差によるインパルス状の応答特性となる。

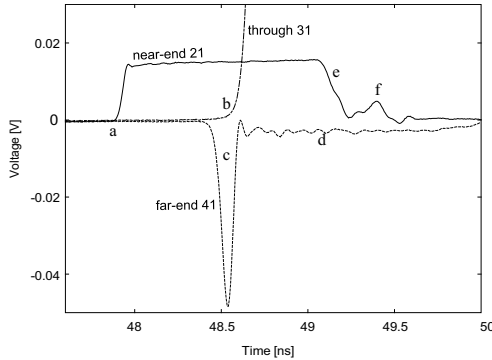


図 2・9 時間領域伝送特性：ステップパルス応答

#### 2-2-4 非平行線路での電磁波ノイズ結合・伝搬

外部電磁界と伝送線路との結合問題をベースにした課題解析の例として、非平行な伝送線路間のクロストーク問題の解析手法を示す<sup>15) - 18)</sup>。

一般のクロストーク問題は前述したように平行線路間で取り扱われている。PCB などではパターン線路は常に平行であるとは限らない。近傍に存在する伝送線路間、非平行な伝送線路間でも結合（クロストーク）が発生する。このようなモデルでは、それぞれの伝送線路がつくる電磁界がお互いに外部電磁界として妨害を及ぼしているとして取り扱うことで近似解析ができる。文献 15) においては、妨害線路が被妨害線路に影響を与え、その結果として被妨害線路に誘導される電流が再び妨害線路に与える効果は非常に小さいとして理論展開している。この条件は反作用（再結合）が無視できるという条件であり、結合レベルが非常に小さいときの近似解析手法である。文献 16) ~ 18) においては、再結合の効果を考慮した解析法を回路網として扱う手法を提案している。

図 2・10 に示すモデルを考える。個々の伝送線路では結合を目的とするものではないので、特性インピーダンスは単独の場合で近似できるとする。この線路間の結合は #1 を流れる電流が作る電磁界が #2 に作用し、#2 を流れる電流がつくる電磁界が #1 に作用するとすることから結合メカニズムととらえることができる。伝送線路がつくる電磁界はベクトルポテンシャルを用いて評価できるので、式 (2・3) を用いて伝送線路に作用する分布電圧源  $V_f$  と分布電流源  $I_f$  が評価できる。#1 の線路部分の電流  $I_1(x')$  によるベクトルポテンシャル  $A$  は線路方向成分  $A_x$  であり、グラウンド面の効果は、影像法による影像電流成分を考慮することによって評価できる。線路が有限長でその端子部分が垂直な立ち上がり（基板ではビア構造に対応）を有するならば、この部分を流れる電流  $I_1(0)$  と  $I_1(\ell)$  は高さ方向 ( $y$ ) 成分のベクトルポテンシャル成分  $A_y$  をつくることになる。このベクトルポテンシャルを使って、式 (2・3) は評価できる。線路を流れる電流は、線路の端子電圧と端子電流で表現でき、例えば終端  $x' = \ell$  では次式となる。

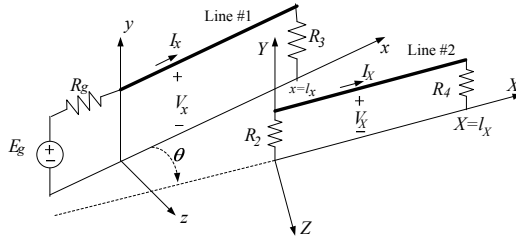


図 2・10 非平行な伝送線路の結合モデル

$$I_1(x') = j \frac{1}{Z_0} \sin \beta(\ell_1 - x') \cdot V_1(\ell) + \cos \beta(\ell_1 - x') \cdot I_1(\ell) \quad (2 \cdot 38)$$

すなわち、式 (2・8) にベクトルポテンシャルを代入したとき、その右辺第 2 項は終端での端子電圧と電流で表現できることになる。この結果、図 2・10 の #2 における式 (2・8) に対応する方程式は形式的に

$$\begin{bmatrix} V_2(0) \\ I_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2(\ell_2) \\ I_2(\ell_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(\ell_1) \\ I_1(\ell_1) \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 39)$$

と表現できる。ここで  $A_2, B_2, C_2, D_2$  は #2 の線路の縦続行列要素であり、 $a_1, b_1, c_1, d_1$  は #1 の線路による電磁界が #2 の線路に作用する効果を #1 の線路終端での電圧、電流で表現したときの寄与成分である。

同様に #2 を流れる電流が #1 に作用するときも全く同様に表現できる。その結果、形式的に非平行線路間の縦続行列表示の回路網表現が次式の形式となる。

$$\begin{bmatrix} V(0) \\ I(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(\ell) \\ I(\ell) \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 40)$$

ここで、 $V(0), V(\ell), I(0), I(\ell)$  はそれぞれ、始端及び終端の電圧・電流ベクトルであり、

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & a_2 \\ a_1 & A_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 & b_2 \\ b_1 & B_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_1 & c_2 \\ c_1 & C_2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} D_1 & d_2 \\ d_1 & D_2 \end{bmatrix} \quad (2 \cdot 41)$$

となる。図 2・10 に示したような伝送線路系では、上式に端子条件を代入することによってこの系でのクロストーク特性を含む伝送特性を求めることができる。

この考え方は、曲がりを含むような複雑な線路系での結合現象を表現する回路網表現へと展開できる<sup>17)</sup>。更に PCB での線路がつくるベクトルポテンシャルは基板の誘電体を考慮したグリーン関数を用いて表現することで回路網表現が可能である。このように、取り扱う回路網表示から計算する理論値は実験結果や電磁界シミュレータの結果とよく一致している<sup>18)</sup>。

例として図 2・11 は平行な 2 本の回路パターンが直角に曲がる線路モデルである．このときの近端結合の振幅特性だけを図 2・12 に示す．

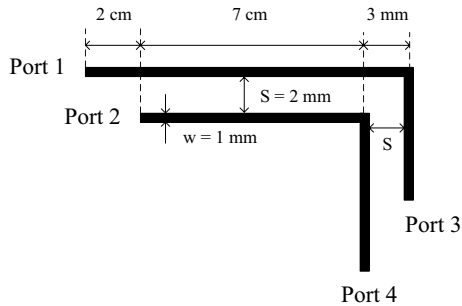


図 2・11 実験に用いた 2 本の回路パターンが直角に曲がる時の線路系

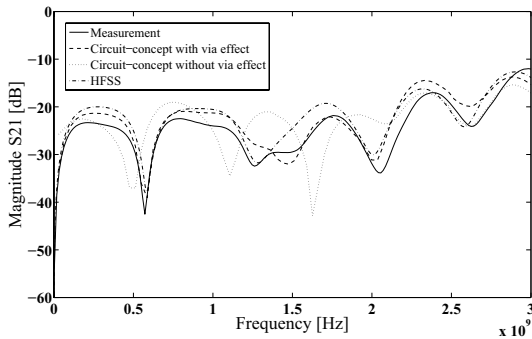


図 2・12 曲り線路系での近端結合：振幅特性の例

図 2・12 において実線は測定結果であり，破線と点線はこの理論値で線路端子での垂直方向電流の効果を考慮したときと，考慮しないときであり，1 点鎖線は市販の電磁界解析ソルバの HFSS での計算結果である．この結果，有限な線路長でビア構造を有する場合は，このビアを流れる電流がつくる電磁界による結合が大きな役割を示すことが理解できる．

#### 参考文献

- 1) C.D. Taylor, R.S. Satterwite, and C.W. Harrison, Jr., "The response of a terminated two-wire transmission line excited by a nonuniform electromagnetic field," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.13, no.6, pp.987-989, Nov. 1967.
- 2) C.R. Paul, "Frequency response of multiconductor transmission lines illuminated by an electromagnetic field," IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol.18, no.4, pp.183-190, Nov. 1976.

- 3) A.K. Agrawal, H.J. Price, and S.H. Gurbaxani, "Transient response of multiconductor transmission lines excited by a nonuniform electromagnetic field," IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol.22, no.2, pp.119-129, May. 1980.
- 4) Y. Kami, and R. Sato, "Circuit-concept approach to externally excited transmission lines," IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol.27, no.4, pp.177-183, Apr. 1985
- 5) F. Xiao, W. Liu, and Y. Kami, "Analysis of crosstalk between finite-length microstrip lines: FDTD approach and circuit-concept modeling," IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol.43, no.4, pp.573-578, Nov. 2001.
- 6) Y. Kami, and R. Sato, "Analysis of radiation characteristics of a finite-length transmission line using a circuit-concept approach," IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol.30, no.2, pp.114-121, May. 1988.
- 7) Y. Kami, "Mechanism of electromagnetic radiation from a transmission line," IEICE Trans. Commun., vol.E75-B, no.3, pp.115-123, Mar. 1992.
- 8) C.R. Paul, "Analysis of Multiconductor Transmission Lines," John Wiley & Sons INC., New York, 1994.
- 9) H. Uchida, "Fundamentals of Coupled Lines and Multiwire Antennas," Sasaki Print. & Pub. Co., Ltd., Sendai, 1967.
- 10) J.A.B. Faria, "Multiconductor Transmission Line Structure," John Wiley & Sons INC., New York, 1993.
- 11) 上 芳夫, "プリントパターン間のステップ応答 [II]," 信学技報, vol.EMCJ92-23, Jun. 1992.
- 12) O. Makino, F. Xiao, and Y. Kami, "Characteristics of electrically long two-conductor lines with inhomogeneous media," IEICE Trans. Commun., vol.E88-B, No.7, pp.3028-3035, Jul. 2005.
- 13) 當山俊一郎, 肖鳳超, 村野公俊, 上 芳夫, "ディファレンシャルモード線路の端子負荷回路で評価するシングルエンド励振線路からのクロストーク," 信学論 C, vol.J89-C, no.11, pp.894-901, Nov. 2006.
- 14) F. Xiao, R. Hashimoto, K. Murano, and Y. Kami, "Time domain crosstalk characteristics between single-ended and differential line," IEICE Trans. Commun., vol.E90-B, no.6, pp.1305-1312, June. 2007.
- 15) Y. Kami, and R. Sato, "Coupling model of crossing transmission lines," IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol.EMC-28, no.4, pp.204-210, Nov. 1986.
- 16) W. Liu and Y. Kami, "Analysis of coupling between transmission lines in arbitrary directions," Proc. 1998, Denver, IEEE EMC Symposium, pp.952-957, Aug. 1998.
- 17) S.W. Park, F. Xiao, D.C. Park, and Y. Kami, "Crosstalk analysis for two bent lines using circuit model," IEICE Trans. Commun., vol.E90-B, no.2, pp.323-330, Feb. 2007.
- 18) S.W. Park, F. Xiao, D.C. Park, and Y. Kami, "Crosstalk analysis method for two bent lines on PCB using circuit model," IEICE Trans. Commun., vol.E90-B, no.6, pp.1313-1321, Jun. 2007.